# Lucrarea 10

## Efectele lungimii finite a cuvintelor în filtrarea digitală

### 1. Cuantizarea semnalului de intrare

În executarea calculelor, în filtrele discrete, folosind aritmetica în virgulă fixă sau mobilă, apare problema cuantizării numerelor prin trunchiere sau rotunjire, de la un nivel de o precizie oarecare la un nivel de precizie joasă. Trunchierea sau rotunjirea introduce o eroare a cărei valoare depinde de numărul de biți din numărul original şi de numărul de biți de după cuantizare.

Sunt trei metode de cuantizare frecvent folosite:

- *Rotunjire* - valoarea semnalului este aproximată de cel mai apropiat nivel de cuantizare.
- *Trunchiere* - valoarea semnalului este aproximată de cel mai mare nivel care este mai mic sau egal cu semnalul ce trebuie cuantizat.
- *Trunchiere semn-valoare* – la fel ca şi trunchierea pentru numere pozitive, dar valorile negative ale semnalului sunt aproximate de cel mai apropiat nivel de cuantizare care nu este mai mic decât semnalul.

Aceste tehnici se aplică la cuantizarea în aritmetica cu virgulă fixă. În tabel sunt exemplificate cele trei metode de cuantizare, putându-se observa eroarea care apare în cazul în care se utilizează doar 4 biți pentru reprezentare (1 bit de semn şi 3 biți pentru valoare). Script-ul care realizează operația de cuantizare este dat în continuare pentru a fi studiat.

**Tabel 1.** Metode de cuantizare

| Tipuri de cuantizare / Valori | Rotunjire | Trunchiere | Trunchiere semn-valoare |
|---|---|---|---|
| 0.167502 | 0.1250 | 0.1250 | 0.1250 |
| 0.451200 | 0.5000 | 0.3750 | 0.3750 |
| -0.242376 | -0.2500 | -0.2500 | -0.1250 |
| -0.480923 | -0.5000 | -0.5000 | -0.3750 |

```
function aq=cuant(a,qtype,B);
%cuantizeaza scalarul/vectorul a pe B biti dupa metoda qtype.
%   Parametrii de intrare:
%     a: numarul ce trebuie cuantizat;
%     qtype: 't': trunchiere, 'r': rotunjire,
%           'm': trunchiere semn-marime;
%     B: numarul de biti.
s=scale2(a);
scn=2^(B-1)/s;
aq=a*2^(B-1)/s;
if (qtype=='t'),
   aq=1/scn*floor(aq);
elseif (qtype=='r'),
   aq=1/scn*round(aq);
elseif (qtype=='m'),
   aq=1/scn*(sign(aq).*floor(abs(aq)));
else
   error('qtype nu este recunoscut in procesul de cuantizare')
end
```

## 2. Analiza senzitivității la cuantizarea coeficienților filtrelor IIR

Pentru a ilustra efectul cuantizării coeficienților filtrului la realizarea unui filtru IIR în forma directă, fie un filtru IIR cu funcția de sistem:

$$H(z)=\frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1+\sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}} \tag{1}$$

Forma directă de realizare a filtrului IIR cu coeficienți cuantizați are funcția de sistem:

$$\bar{H}(z)=\frac{\sum_{k=0}^{M} \bar{b}_k z^{-k}}{1+\sum_{k=1}^{N} \bar{a}_k z^{-k}} \tag{2}$$

unde coeficienții cuantizați $\{\bar{b}_k\}$ şi $\{\bar{a}_k\}$ pot fi exprimați în funcție de coeficienții necuantizați $\{b_k\}$ şi $\{a_k\}$ prin relațiile:

$$\bar{a}_k = a_k + \Delta a_k \qquad k=1,2,...,N$$

$$\bar{b}_k = b_k + \Delta b_k \qquad k=0,1,...M$$

$\{\Delta b_k\}$ şi $\{\Delta a_k\}$ reprezentând eroarea de cuantizare.

Numitorul lui $H(z)$ poate fi exprimat în forma:

$$D(z)=1+\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k} = \prod_{k=1}^{N}(1-p_k z^{-1}) \tag{3}$$

unde $\{p_k\}$ sunt polii lui $H(z)$. Similar, se poate descompune numitorul lui $\bar{H}(z)$ în forma:

$$\bar{D}(z)=\prod_{k=1}^{N}(1-\bar{p}_k z^{-1}) \tag{4}$$

unde $\bar{p}_k = p_k + \Delta p_k$, $k$=1, 2, ..., $N$, iar $\Delta p_k$ este eroarea sau perturbația care rezultă din cuantizarea coeficienților filtrului.

În continuare se urmăreşte a se exprima perturbația $\Delta p_k$ în funcție de eroarea de cuantizare $\{\Delta a_k\}$.

Eroarea de cuantizare $\Delta p_i$ poate fi exprimată ca:

$$\Delta p_i = \sum_{k=1}^{N} \frac{\partial p_i}{\partial a_k} \Delta a_k \tag{5}$$

unde $\partial p_i / \partial a_k$, derivata parțială a lui $p_i$ în funcție de $a_k$, reprezintă variația polilor $p_i$ datorată unei schimbări a coeficientului $a_k$ şi se numeşte senzitivitatea polului $p_i$ la cuantizarea coeficientului $a_k$. Astfel, eroarea totală este exprimată ca o sumă a variației erorilor datorate schimbărilor în fiecare din coeficienții $\{a_k\}$. Prin efectuarea calculelor, se obține relația (6).

$$\Delta p_i = \sum_{k=1}^{N} \frac{p_i^{\,N-k}}{\prod_{\substack{l=1 \\ l\neq i}}^{N}(p_i - p_l)} \Delta a_k \tag{6}$$

Această expresie oferă o măsură a senzitivității polului $i$ la o schimbare a coeficienților $\{a_k\}$. Un rezultat analog se poate obține pentru senzitivitatea zerourilor la erorile de cuantizare ale parametrilor $\{b_k\}$.

Termenii ($p_i$ - $p_l$) din numitorul relației (6) reprezintă vectori, în planul $Z$, orientați de la polii $\{p_l\}$ la polii $\{p_i\}$. Dacă polii sunt foarte grupați, ca în cazul unui filtru de bandă îngustă, lungimile $|p_i - p_l|$ vor fi mici pentru polii din vecinătatea lui $p_i$. Aceste lungimi mici vor contribui la erori mari şi va rezulta o eroare de perturbație $\Delta p_i$ mare. Eroarea $\Delta p_i$ poate fi minimizată prin maximizarea lungimii $|p_i - p_l|$. Acest lucru se poate realiza prin implementarea filtrelor de ordin mare cu celule cu un singur pol sau cu doi poli. În general, filtrele cu un singur pol (şi un singur zero) au valori complexe pentru coeficienți şi necesită operații aritmetice în complex pentru realizarea lor. Această problemă poate fi evitată combinând polii (şi zerourile) de valoare complexă pentru a forma secțiuni de filtru de ordin doi cu coeficienți reali. Deoarece polii complex conjugați sunt suficient de depărtați în planul Z, eroarea de cuantizare a lui $\{p_i\}$ este minimizată şi, în consecință, filtrul rezultat cu coeficienții cuantizați aproximează mai bine caracteristica răspunsului în frecvență a filtrului cu coeficienții necuantizați.

Este interesant de notat că, chiar în cazul unei secțiuni de filtru cu doi poli, structura folosită pentru a realiza filtrul joacă un rol important în eroarea cauzată de cuantizarea coeficienților.

Având dat un filtru IIR de ordin înalt care trebuie implementat ca o combinație de secțiuni de ordinul doi, va trebui să se decidă între o structură în cascadă şi una în paralel, adică între realizarea:

$$H(z)=\prod_{k=1}^{K}\frac{b_{k0}+b_{k1}z^{-1}+b_{k2}z^{-2}}{1+a_{k1}z^{-1}+a_{k2}z^{-2}} \tag{7}$$

şi realizarea:

$$H(z)=\sum_{k=1}^{K}\frac{c_{k0}+c_{k1}z^{-1}}{1+a_{k1}z^{-1}+a_{k2}z^{-2}} \tag{8}$$

Dacă filtrul IIR are zerouri pe cercul unitate, cum este cazul filtrelor eliptice şi Cebyshev de ordinul doi, fiecare secțiune de ordin doi din configurația cascadă din (7) conține o pereche de zerouri complex conjugate. Coeficienții $\{b_{ki}\}$ determină în mod direct pozițiile acestor zerouri. Dacă $\{b_{ki}\}$ sunt cuantizați, senzitivitatea răspunsului sistemului la eroarea de cuantizare este uşor şi direct controlabilă prin alocarea unui număr suficient de biți pentru reprezentarea lui $\{b_{ki}\}$ cu o precizie specificată. Astfel, va exista un control direct asupra polilor şi zerourilor care rezultă din procesul de cuantizare. De fapt, se poate evalua efectul perturbării rezultate din cuantizarea coeficienților $\{b_{ki}\}$, cu o anumită precizie cerută.

Pe de altă parte, realizarea în paralel (8) a lui $H(z)$ asigură un control direct doar asupra polilor sistemului. Coeficienții numărătorului $\{c_{k0}\}$ şi $\{c_{k1}\}$ sunt obținuți prin descompunerea în fracții simple a lui $H(z)$. Prin urmare aceştia nu influențează în mod direct localizarea zerourilor, ci doar indirect, prin combinarea tuturor termenilor lui $H(z)$. Ca o consecință, este mult mai dificil a se determina efectul erorii de cuantizare datorat coeficienților $\{c_{ki}\}$, în localizarea zerourilor sistemelor. Cuantizarea parametrilor $\{c_{ki}\}$ poate produce o perturbație semnificativă a pozițiilor zerourilor şi, de obicei, va fi suficient de mare în implementările cu virgulă fixă pentru a deplasa zerourile de pe cercul unitate. Aceasta este o situație foarte neplăcută şi poate fi remediată folosind o reprezentare în virgulă mobilă. În orice caz, structura în cascadă este mult mai robustă la cuantizarea coeficienților şi trebuie să fie alegerea preferată în aplicații practice.

**Exemplul 1.** Se sintetizează un filtru eliptic FTJ de ordinul 7 cu următoarele specificații

$$F_{3dB}=300Hz$$

$$F_{esantionare}=2000Hz$$

$$R_p=3dB \qquad R_s=40dB$$

Se foloseşte funcția `ellip` şi liniile de program vor fi:

```
%P10_1
%Sinteza unui filtru eliptic (Cauer) de ordinul 7
F3db=300;Rp=3;Rs=40;Fes=2000;
[b,a]=ellip(7,Rp,Rs,2*F3db/Fes);
```

Pentru realizarea în *forma directă* se vor afişa pe acelaşi grafic răspunsurile în frecvență pentru următoarele trei cazuri:

-coeficienții filtrului au precizie infinită;

-coeficienții filtrului sunt cuantizați pe 15 biți (14+1 bit de semn);

-coeficienții filtrului sunt cuantizați pe 6 biți (5+1 bit de semn);

Se va reprezenta şi planul poli-zerouri pentru aceleaşi trei cazuri pe acelaşi grafic.

**Obs.** Cuantizarea se face prin rotunjire.

La liniile de program anterioare se vor adăuga următoarele linii:

```
%precizie infinita (precizia calculatorului)
[h0,w0]=freqz(b,a);
%cuantizare pe 15 biti
B1=15; %14 + 1 bit de semn
b1=cuant(b,'r',B1);
a1=cuant(a,'r',B1);
[h1,w1]=freqz(b1,a1);
%cuantizare pe 6 biti
B2=6;
b2=cuant(b,'r',B2);
a2=cuant(a,'r',B2);
[h2,w2]=freqz(b2,a2);
%reprezentare răspuns în frecvență
figure(1);
plot(w0/pi,20*log10(abs(h0)),'b',w1/pi,20*log10(abs(h1)),'g',w2/pi,20*log
10(abs(h2)),'r');
xlabel('\omega/\pi');ylabel('Castig  dB');
title('Efectul cuantizarii la REALIZARE DIRECTA');
legend('precizie infinita',[num2str(B1) ' biti'],[num2str(B2) '
biti'],0);
axis([0 1 -70 20]);
%reprezentare poli/zerouri
figure(2);
zplane([roots(b),roots(b1),roots(b2)],[roots(a),roots(a1),roots(a2)]);
legend('precizie infinita',[num2str(B1) ' biti'],[num2str(B2) '
biti'],0);
title('poli/zerouri REALIZAREA DIRECTA');
```

Pentru cuantizarea pe 15 biți se observă o degradare a răspunsului în frecvență iar pentru cuantizarea pe 6 biți sistemul devine instabil (vezi diagrama poli-zerouri). Polii sistemului sunt afectați în mare măsură de cuantizare iar zerourile într-o mai mică măsură.

**Exemplul 2** Se va repeta exemplul 1 pentru *realizarea în paralel* a filtrului. Pentru a obține coeficienții din realizarea paralel se va folosi funcția `rpfd`:

**`[c,nsec,dsec] = rpfd(b,a)`** returnează coeficienții din realizarea paralelă a filtrului.

-**`c`** coeficienții polinomului liber; vectorul este nul dacă grad(b)<grad(a);

-**`nsec`** este matricea ce conține pe linie coeficienții de la numărător corespunzători fiecărei secțiuni;

**-dsec** este matricea ce conține pe linie coeficienții de la numitor corespunzători fiecărei secțiuni.

Pentru filtrul eliptic anterior coeficienții sunt trecuți în tabelul 2.

**Tabel 2.** Filtru eliptic de ordin 7, coeficienți necuantizați, realizare paralelă *c(0)*= -0.03913

| *k* | *nsec(k,1)* | *nsec*(*k*,2) | *dsec*(*k*,0) | *dsec* (*k*,1) | *dsec* (*k*,2) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -0.0048 | 0.0084 | 1.0000 | -1.1742 | 0.9917 |
| 2 | 0.0457 | -0.0474 | 1.0000 | -1.2132 | 0.9497 |
| 3 | -0.2334 | 0.1753 | 1.0000 | -1.3737 | 0.7964 |
| 4 | 0.2546 | 0 | 1.0000 | -0.7832 | 0 |

Se va apela programul **P10_2**. Dacă se compară rezultatele de la acest exemplu cu cele obținute la exemplul 1 se observă că zerourile din implementarea în paralel s-au deplasat mai mult decât la realizarea directă, nulurile din răspunsul în amplitudine ajungând acum la –40 dB (6 biți) şi 47 dB . Răspunsul în frecvență este şi el de asemenea perturbat, dar într-o măsură mai mică decât la realizarea directă. Polii sistemului sunt puțin afectați de cuantizare iar zerourile într-o mai mare măsură, deplasându-se de pe cercul unitate.

***Întrebare:*** Care din cele două implementări discutate în exemplul 1 şi 2 afectează într-o mai mare măsură stabilitatea unui sistem?

**Exemplul 3** Se va repeta exemplul 1 pentru *realizarea în cascadă* a filtrului. Pentru a obține coeficienții din realizarea în cascadă se va folosi funcția `tf2sos`:

**`[sos,g] = tf2sos(b,a)`** returnează coeficienții din realizarea în cascadă a filtrului.

**-g** coeficient de mărime ;

**-sos** este matricea ce conține pe linie coeficienții de la numărător şi numitor corespunzători fiecărei secțiuni în ordinea următoare [*b(k,0) b(k,1) b(k,2) a(k,0) a(k,1) a(k,2)*].

Pentru filtrul eliptic anterior coeficienții corespunzători realizării în cascadă sunt trecuți în Tabelul 3.

**Tabel 3.** Filtru eliptic de ordin 7, coeficienți necuantizați, realizare în cascadă *g*= 0.0230

| *k* | *b(k,0)* | *b*(*k*,1) | *b*(*k*,2) | *a(k,0)* | *a* (*k*,1) | *a*(*k*,2) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.0000 | 1.0000 | 0 | 1.0000 | -0.7832 | 0 |
| 2 | 1.0000 | -0.5297 | 1.0000 | 1.0000 | -1.3737 | 0.7964 |
| 3 | 1.0000 | -1.0553 | 1.0000 | 1.0000 | -1.2132 | 0.9497 |
| 4 | 1.0000 | -1.1361 | 1.0000 | 1.0000 | -1.1742 | 0.9917 |

Se va apela programul **P10_3**. Se observă că pentru realizarea în cascadă există o degradare nesemnificativă a răspunsului în frecvență datorată cuantizării coeficienților. De asemenea, se elimină ambele neajunsuri de la celelalte implementări deoarece atât zerourile cât şi polii sunt puțin afectați de cuantizare.

*Comparând cu rezultatele din exemplul anterior, este evident că forma în cascadă este mult mai robustă la cuantizarea coeficienților decât forma în paralel.*

### 3. Cuantizarea coeficienților filtrelor FIR

După cum s-a arătat anterior, analiza senzitivității aplicată polilor unui sistem se aplică direct şi zerourilor filtrelor IIR. Prin urmare, o expresie asemănătoare cu relația (6) se poate obține pentru zerourile unui filtru FIR. Drept urmare, pentru a minimiza senzitivitatea la cuantizarea coeficienților, un filtru FIR cu un număr mare de zerouri va trebui implementat sub forma unei cascade de secțiuni de ordinul unu şi doi.

Un aspect important în practică îl reprezintă filtrele FIR cu răspuns de fază liniară. Realizările directe ale unor astfel de filtre mențin proprietatea de fază liniară chiar şi în cazul cuantizării coeficienților. Aceasta se observă din demonstrația ulterioară:

$$\begin{aligned} H(z) &= \sum_{n=0}^{M-1} h[n]\cdot z^{-n} = h[0] + h[1]\cdot z^{-1} + h[2]\cdot z^{-2} + \ldots \\ &\ldots \pm h[2]\cdot z^{-(M-3)} \pm h[1]\cdot z^{-(M-2)} \pm h[0]\cdot z^{-(M-1)} \end{aligned} \tag{9}$$

unde semnul "+" corespunde simetriei din răspunsul la impuls, iar semnul "-" corespunde antisimetriei din răspunsul la impuls. Relația (9) poate fi scrisă într-o formă mai convenabilă:

$$\begin{aligned} H(z) &= z^{-(M-1)/2}\{h[0]\cdot[z^{(M-1)/2} \pm z^{-(M-1)/2}] + h[1][z^{(M-3)/2} \pm z^{-(M-3)/2}] + \\ &+ h[2]\cdot[z^{(M-5)/2} \pm z^{-(M-5)/2}] + \ldots\} \end{aligned} \tag{10}$$

Dacă $z$ este înlocuit cu $z^{-1}$ în ecuația (10) rezultatul este:

$$\begin{aligned} H(z^{-1}) &= z^{(M-1)/2}\{h[0]\cdot[z^{-(M-1)/2} \pm z^{(M-1)/2}] + h[1][z^{-(M-3)/2} \pm z^{(M-3)/2}] + \\ &+ h[2]\cdot[z^{-(M-5)/2} \pm z^{(M-5)/2}] + \ldots\} \end{aligned}, \tag{11}$$

sau, combinând (10) cu (11) avem:

$$H(z) = \pm z^{-(M-1)} H(z^{-1}) \tag{12}$$

Relația (12) pune în evidență o proprietate importantă a filtrelor FIR cu fază liniară, şi anume, că faza rămâne liniară şi după cuantizarea coeficienților. Prin urmare, cuantizarea coeficienților nu afectează caracteristica de fază a filtrului FIR, afectează doar caracteristica de amplitudine.

**Exemplul 4.** Se determină efectul cuantizării parametrilor în răspunsul în frecvență al unui filtru FIR, cu fază liniară de tip trece bandă sintetizat prin metoda Remez, cu lungimea $M$=32. Filtrul este realizat în formă directă şi se vor cuantiza coeficienții pe 8 biți respectiv 6 biți.

Se va rula programul **P10_4**. Când coeficienții sunt cuantizați pe 8 digiți semnificativi, efectul asupra răspunsului în frecvență este neglijabil. Totuşi, când coeficienții sunt cuantizați pe 6 digiți semnificativi, se observă că lobii din margini cresc cu câțiva decibeli. Acest rezultat indică faptul că ar trebui să folosim minimum 8 biți pentru a reprezenta coeficienții acestui filtru FIR şi, preferabil, între 12-14 biți, dacă este posibil.

O funcție care inglobează toate cele trei tipuri de implementări este funcția **`qfr`**:

**`H=qfr(typ,B,b,a,K,theta);`** returnează răspunsul în frecvență al unui filtru IIR implementat în forma specificată de **`typ`**. Datele de intrare sunt:

-**`typ`** specifică implementarea filtrului:
- **`'d'`**- forma directă;
- **`'p'`**- forma paralelă;
- **`'c'`**- forma cascadă;

-**`B`** numărul de biți pe care se reprezintă coeficienții;
-**`b,a`** coeficienții filtrului de la numărătorul, respectiv numitorul funcției de sistem;
-**`K`** numărul de puncte în care se calculeză răspunsul în frecvență;
-**`theta`** este intervalul de frecvențe pe care se calculează H (recomandat `[0 pi]`).

### 4. Zgmotul din ieşirea unui filtru ca urmare a cuantizării eşantioanelor din intrare

Dacă eşantioanele x[n] din intrarea unui filtru sunt cuantizate, va apărea o eroare de cuantizare în intrarea filtrului. Această eroare va fi filtrată la rândul ei producând o eroare de ieşire $e_{out}[n]$(Figura 1c) ). Dacă se consideră secvența eroare e[n], o secvență de tip zgomot aditiv, uniform distribuită şi staționară, se demonstrează că:

$$\sigma_{out}^2 = \sigma_{in}^2 \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} h^2[k] \tag{13}$$

unde $h[k]$ este răspunsul la impuls al sistemului, $\sigma_{in}^2$ este dispersia (puterea) zgomotului din intrare $e_{in}[n]$, iar $\sigma_{out}^2$ este dispersia (puterea) zgomotului $e_{out}[n]$ din ieşirea filtrului.

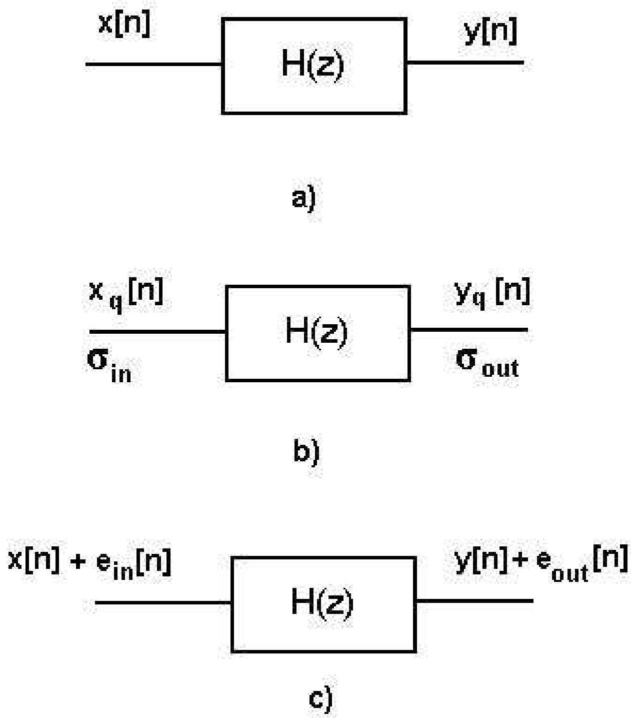


**Figura 1** a) filtrul cu eşantioanele din intrare necuantizate; b) eşantioanele din intrare sunt cuantizate ceea ce produce ieşirea $y_q[n]$; c) modelarea filtrării eşantioanelor cuantizate prin introducerea aditivă a unei secvențe eroare $e_{in,out}[n]$.

**Exemplul 5** Se consideră un filtru cu un singur pol şi un singur zero şi se doreşte a se evidenția relația (13). Pentru aceasta, se consideră la intrare un semnal oarecare, se cuantizează pe B biți, se calculează dispersia erorii de cuantizare la intrare, se filtrează atât secvența de intrare necuantizată cât şi cea cuantizată şi se calculează la ieşirea filtrului dispersia erorii $e_{out}[n]$ şi se verifică dacă se respectă relația (13).

```
%P10_5 Exemplul 5
b=[1 -0.7];
a=[1 -0.5];   %parametrii filtrului
L=100;
h=impz(b,a,L); % rspunsul la impuls al filtrului
S=sum(h.^2);    %suma din membrul sting al relatiei (13)
%generarea semnalului de intrare
```

```
x=sin(2*pi/23*(0:100));
B=4;
xq=cuant(x,'r',B);   %semnalul cuantizat
sigmain=sum((x-xq).^2);  %varianta erorii de cuantizare la intrare
%iesirea filtrului avind in intrare semnalul x[n] necuantizat
y=filter(b,a,x);
%iesirea filtrului avind in intrare semnalul cuantizat xq[n]
yq=filter(b,a,xq);
sigmaout=sum((y-yq).^2) %varianta erorii din iesire
sigmaout1=sigmain*S %varianta erorii din iesire calculata cu relatia (13)
```

Se observă o mică diferență între cele două mărimi. Puteți găsi o explicație?

## 5. Aplicații propuse

**1.** Sintetizați un filtru FIR de fază liniară, de tip trece jos, cu banda de tranziție de la 0.4 la 0.6 (1 corepunde la Fs/2 radiani) riplul în banda de trecere de 0.5 dB, şi atenuarea minimă în banda de oprire de 30 dB, folosind algoritmul Remez.

a) calculați şi reprezentați răspunsul în frecvență în modul şi fază al filtrului;

b) cuantizați coeficienții filtrului prin trunchiere şi mărime cu semn pe 12 şi 6 biți şi reprezentați acum răspunsul în frecvență;

c) comentați rezultatele.

*Indicație*: Se vor utiliza funcțiile `remezord` şi `remez`. Pentru riplul din banda de trecere se va folosi relația $Rp = 20\lg(1+\delta_p)$, iar pentru riplul din banda de oprire relația $Rs = -20\lg\delta_s$.

**2.** Sintetizați un filtru trece bandă de tip Chebyshev cu următoarele specificații:

- frecvențele limită ale benzii de trecere [0.45 0.6];
- frecvențele limită ale benzii de oprire 0.4 şi 0.65;
- riplul în banda de trecere de 1dB;
- atenuarea minimă în banda de oprire de 50 dB.

Cu ajutorul funcției **`qfr`** descrisă anterior:

a) reprezentați răspunsul în frecvență al filtrului;
b) cuantizați coeficienții filtrului prin trunchiere şi mărime cu semn pe 12 şi, respectiv, 6 biți pentru toate cele 3 tipuri de implementări şi reprezentați acum răspunsul în frecvență;
c) comentați rezultatele.

**3.** Având Exemplul 5, verificați relația (13) pentru următoarele cazuri:

-cuantizarea se face pe B=4 biți iar răspunsul la impuls se calculează pe L=10 eşantioane;
-cuantizarea se face pe B=6 biți iar răspunsul la impuls se calculează pe L=10 eşantioane;
-cuantizarea se face pe B=4 biți iar răspunsul la impuls se calculează pe L=50 eşantioane;

Comentați rezultatele.

**4.** Aceleaşi cerințe ca la aplicația propusă 3 pentru filtrul sintetizat la aplicația propusă 2.