Capitolul IX

EGALIZAREA CANALELOR DE COMUNICAȚII

IX.1. Introducere

În sistemele de comunicații analogice sau digitale apar distorsiuni de amplitudine și fază în semnalul transmis datorate neliniarităților caracteristicilor de transmisie.

În sens larg, prin **egalizare** înțelegem operația de corectare a distorsiunilor semnalului transmis pe un anumit canal, iar prin **egalizor** - un filtru care minimizează IIS.

Egalizorul este un filtru cu elemente fixe sau ajustabile cu rolul de a realiza o caracteristică echivalentă de tip Nyquist sau una apropiată de cea ideală.

Egalizarea constă în compensarea distorsiunilor de atenuare și de fază, prin introducerea în receptor a unui filtru de egalizare, cu un număr minim de elemente reglabile, astfel încât caracteristica globală (canal de transmisie și egalizor), să fie practic cea ideală sau să satisfacă criteriul I Nyquist pentru transmisii de date (fig.IX.1) unde α reprezintă factorul de extensie al benzii. În general, caracteristicile de frecvență ale CT nu sunt cunoscute cu precizie și nici nu sunt staționare.

Pentru un canal de comunicații ideal,

- atenuarea: a = const.
- întârzierea de grup: $\tau = \frac{\partial\varphi}{\partial\omega} = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial\varphi}{\partial f}$ =const. (IX.1)

În realitate, atenuarea și întârzierea de grup sunt menținute constante doar în banda de frecvențe în care se face transmisia,minimizându-se astfel distorsiunile armonice.

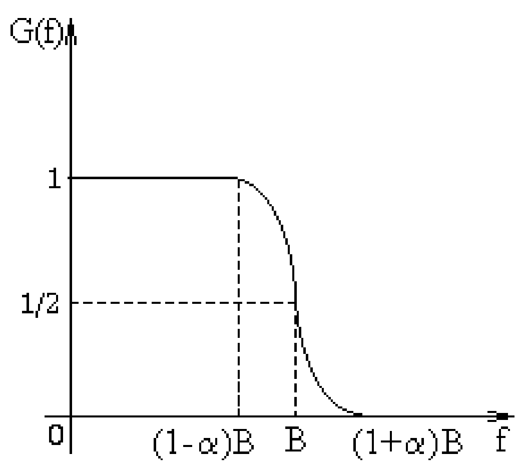

Fig.IX.1 Caracteristica de frecvență Nyquist

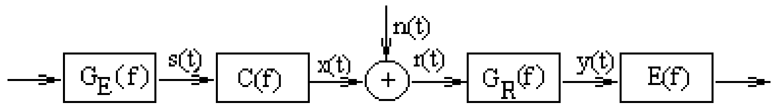

Fig.IX.2 Modelul sistemului de comunicații egalizat

Modelul unui sistem de comunicații egalizat este prezentat în fig.IX.2.

Notații:

$G_E(f)$ - funcția de transfer a filtrului de la emisie;

C(f) - funcția de transfer a canalului de comunicații;

$G_R(f)$ - funcția de transfer a filtrului de la recepție;

p(t) - impulsul de formatare a datelor;

s(t) - semnalul emis;

x(t) - semnalul transmis pe canalul de comunicații;

n(t) - zgomot presupus aditiv și gaussian;

r(t) - semnalul recepționat la intrarea în filtrul receptor;

y(t) - semnalul de la ieșirea receptorului, replica lui x(t).

G(ω) - caracteristica echivalentă de filtrare pentru întregul sistem:

$$G(f) = G_E(f)C(f)G_R(f) \tag{IX.3}$$

E(f) - funcția de transfer a egalizorului.

Caracteristica de frecvență rezultantă este:

$$H(f) = G(f)E(f) \tag{IX.4}$$

Trebuie determinată acea funcție de transfer E(f), care înmulțită cu funcția de transfer G(f) a sistemului de transmisii, să conducă la eliminarea interferențelor intersimboluri la momentele de eșantionare.

Filtrele egalizoare sunt realizate pentru transmisiile de date sub forma unor filtre digitale, recursive sau nerecursive (FIR/IIR), cu **coeficienți constanți la viteze mici și medii** de transmisie (sub 4800 biți/s pentru canalul telefonic) cu tratare matematică în domeniul frecvență, și cu **coeficienți variabili (filtre adaptive) la viteze mari** de transmisie**,** ajustabili automat sau manual, analiza matematică fiind realizată în domeniul timp.

În modemurile de mare viteză sunt incorporate filtre de egalizare adaptivă, automată. Fadingurile rapide sau lente precum și efectele unor semnale de bruiaj sau unele ecouri nedorite pot fi minimizate prin folosirea unor filtre adaptive de egalizare.

Practic, fenomenul de IIS poate fi pus în evidență prin vizualizarea diagramei în formă de ochi a semnalului recepționat.

La viteze mari de transmisie, sarcina egalizorului constă în minimizarea, la toate momentele semnificative de timp, a diferenței eșantioanelor:

$$\delta(nT) = y(nT) - p(nT) \tag{IX.5}$$

Egalizarea poate fi privită deci ca o metodă de ajustare a funcției de transfer a filtrului corector (egalizare în domeniul frecvență) sau ca o metodă de corecție a funcției răspuns-la-impuls (egalizare în domeniul timp).

IX.2 Egalizarea în domeniul frecvență

Carcteristica filtrului de egalizare, presupusă ca având simetrie pară, se poate aproxima în banda utilă (din domeniul pozitiv de frecvențe), printr-o serie Fourier cu număr finit de termeni:

$$E(f) = \frac{H_{Ny}(f)}{G(f)} = a_0 + a_1\cos\left(2\pi\frac{f}{2f_2}\right) + \ldots + a_n\cos\left(2\pi n\frac{f}{2f_2}\right), f \in [f_1; f_2] \tag{IX.6}$$

Egalizorul fix este format din mai mulți cuadripoli cu funcții de transfer de forma:

$$C_k(f) = a_k\cos\left(\pi k\frac{f}{f_2}\right) \tag{IX.7}$$

(k - număr întreg), de unde și denumirea de **egalizor în cosinus**.

Egalizorul se implementează în variantă paralel, cu N filtre de egalizare cu funcții de transfer de tip cosinus.

IX.3 Egalizarea în domeniul timp. Filtrul transversal

Ca și egalizorul în cosinus prezentat anterior, filtrul transversal se bazează pe aproximarea funcției periodice dorite printr-o serie Fourier. Structura unui filtru transversal neercursiv este prezentată în figura IX.3. Acesta este format din **n** celule de întârziere cu durata de simbol T sau $\tau < T$, semnalul de la ieșirea fiecărei celule fiind ponderat cu un coeficient (c_i). Similar se pot implementa filtre transversale de tip IIR (recursive) de diferite ordine.

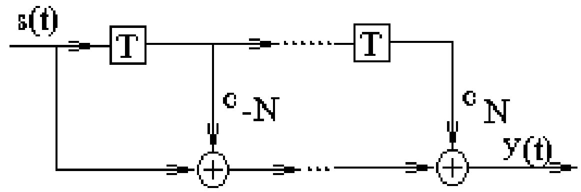

Fig.IX.3 Filtru transversal nerecursiv, cu spaţiere în T

Astfel semnalul nu mai străbate **n** cuadripoli ce corespund celor **n** armonici din dezvoltarea în serie Fourier, ci se recurge la suprapunerea a **n** semnale diferit întârziate peste semnalul iniţial.

Filtrul transversal cu întârzieri de forma multipli ai perioadei de simbol se numeşte **egalizor cu spaţiere în T** (*T - spaced equalizer*).

Filtrele cu întârziere mai mică de o perioadă de simbol se numesc **egalizoare fracţionare** (*fractionally-spaced equalizer*) întrucât valoarea acestei întârzieri se alege de forma:

$$\tau = \tfrac{m}{n}T,\ \tfrac{m}{n} < 1,\ m, n - \text{numere întregi} \qquad \text{(IX.8)}$$

Filtrul transversal poate fi realizat cu sau fără reacţie (IIR,FIR), liniar sau neliniar.

Observaţie: Fiecare celulă de întârziere din filtru are modulul funcţiei de transfer de tip cosinus:

$$y(t) = s(t) + c_i(s(t - iT) \leftrightarrow Y(f) = S(f)[1 + c_i\exp(-j2\pi f\, iT)]$$
$$|Y(f)| = |S(f)|[1 + c_i\cos(2\pi f\, iT)]\ .$$

Aplicând principiul dualităţii timp-frecvenţă specific transformatei Fourier obţinem expresia semnalului de ieşire din filtrul transversal din fig.IX.3:

$$y(t) = \sum_i c_i s(t - iT) \leftrightarrow Y(f) = \sum_i c_i S(f)\exp(-j2\pi f\, iT)$$

şi cea a funcţiei răspuns-la-impuls a filtrului:

$$e(t) = \sum_i c_i \delta(t - iT)$$

cu eşantioanele:

$$e(nT) = \sum_i c_i \delta[(n - i)T]\ . \qquad \text{(IX.9)}$$

Considerând caracteristica globală a canalului de transmisie egalizat se obţine:

$$H(f) = G(f)E(f) \leftrightarrow h(t) = g(t) * e(t) \Rightarrow h(t) = \sum_i c_i g(t - iT)$$

iar la momentele de eşantionare:

$$h(nT) = \sum_i c_i g[(n - i)T] \quad \text{sau} \quad h_n = \sum_i c_i g_{n-i} \qquad \text{(IX.10)}$$

Pentru viteze mici de transmisie se pot utiliza filtre de egalizare cu coeficienți de valori fixe, stabilite pe baza rezultatelor testării preliminare a condițiilor de transmisie, prin dezvoltarea funcției de transfer a egalizorului în serie Fourier:

$$c_i = \frac{T}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} E(\omega)\exp(j2\pi iT)d\omega = \frac{T}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} \frac{H_{Ny}(\omega)}{G(\omega)}\exp(j2\pi iT)d\omega \qquad \text{(IX.11)}$$

La viteze mari de transmisie, coeficienții filtrelor de egalizare se ajustează periodic. Există două criterii practice de apreciere a IIS respectiv doi algoritmi de reglare a coeficienților:

❶Criteriul distorsiunii de vârf.Algoritmul de forțare a zerourilor (ZF Algorithm);

❷Criteriul distorsiunii pătratice medii minime. Algoritmul gradientului.

IX.3.1 Criteriul distorsiunii de vârf. Algoritmul ZF

Prin definiție, **distorsiunea de vârf** este dată de relația:

$$D_v = \frac{1}{h_0}\sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty} |h_n| \qquad \text{(IX.12)}$$

cu $h_n = \sum_i c_i g_{n-i}$.

Se alege, fără a restrânge generalitatea,

$$c_0 = 1 - \sum_{\substack{i=-N \\ i\neq 0}}^{N} c_i g_{-i}\ , h_0 = 0.$$

Rezultă

$$h_n = g_n + \sum_{\substack{i=-N \\ i\neq 0}}^{i=N} c_i (g_{n-i} - g_n g_{-i}) \qquad \text{(IX.13)}$$

și

$$D_v = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty}\left[g_n + \sum_{\substack{i=-N \\ i\neq 0}}^{i=N} c_i (g_{n-i} - g_n g_{-i})\right] sgn(h_n) \qquad \text{(IX.14)}$$

Pentru un filtru transversal ideal, toate eșantioanele sunt nule cu excepția celui propriu (h_0=1).

Algoritmul de reglare a egalizorului prin forțarea zerourilor

Pas 1: Se alege ordinul filtrului (2N);

Se inițializează coeficienții: $c_{-N} = ... = c_N = 1$;

Se calculează și se testează distorsiunea de vârf: $D_v^0 = \frac{1}{g_0}\sum_{n\neq 0} |g_n| < 1$

Pas 2: Pentru o distorsiune inițială subunitară, se impun 2N eșantioane nule în funcția răspuns la impuls a sistemului egalizat:

$$h_{-N} = ... = h_{-1} = h_1 = ... = h_N = 0.$$

și se determină coeficienții filtrului dintr-un sistem de 2N ecuații cu 2N necunoscute (se folosește relația (IX.9) și se impune $c_0 = 1$).

Pas 3: Se calculează eșantioanele h_n nenule și valoarea finală a distorsiunii de vârf.

Observații:

- Algoritmul ZF (Zero-Forcing Algorithm) nu converge pentru o distorsiune de vârf inițială de peste 100%, când diagrama în formă de ochi a semnalului recepționat este închisă.
- Filtrul transversal cu coeficienții determinați pe baza algoritmului ZF, nu elimină complet IIS ci doar o minimizează.

IX.3.2 Minimizarea distorsiunii pătratice medii. Algoritmul gradientului

Distorsiunea pătratică medie se definește pe baza relației:

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{h_0^2}\left[(h_0 - 1)^2 + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{\infty} h_n^2\right] \tag{IX.15}$$

considderând că în caz ideal:

$$h_0 = 1;\ \ h_n = 0\ \ n \neq 0.$$

Trebuie minimizată expresia:

$$h_0^2\varepsilon^2 = \sum_n h_n^2 + 1 - 2h_0 = \sum_n\left[\sum_i c_i g_{n-i} \sum_j c_j g_{n-j}\right] + 1 - 2\sum_i c_i g_{-i}$$

adică

$$h_0^2\varepsilon^2 = \sum_i c_i \sum_j c_j b_{i-j} + 1 - 2\sum_i c_i g_{-i} \tag{IX.16}$$

unde $b_{i-j} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_{n-i} g_{n-j}$ sunt eșantioanele funcției de autocorelație a impulsului transmis pe canal.

Relația (IX.15) poate fi rescrisă matricial:

$$h_0^2\varepsilon^2 = [C]^T[B][C] + 1 - 2[G_N]^T[C] \tag{IX.17}$$

cu notațiile: $[C]^T = [c_{-N} .... c_N]$ - vectorul-coloană al coeficienților filtrului;

$[G_N] = [g_N .... g_{-N}]$ - vectorul-linie al eșantioanelor de IIS pe CT;

$$[B]=\begin{bmatrix} b_0 & b_1 & \ldots & b_{2N} \\ b_1 & b_0 & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & b_1 \\ b_{2N} & \ldots & b_1 & b_0 \end{bmatrix}$$ - matricea de autocorelație a eșantioanelor de IIS.

(B este o matrice de tip Hermitian ceea ce permite calculul inversei cu algoritmi rapizi de procesare.)

Aplicând condiția de minim în relația (IX.16), rezultă:

$grad(h_0^2\varepsilon^2)=0 \Leftrightarrow \frac{\partial[h_0^2\varepsilon^2]}{\partial c_i}=0, \forall i=\overline{-N;N}$ adică

$$2[B][C]-2[G_N]^T=0 \Rightarrow [C]=[B]^{-1}[G_N]^T \qquad \text{(IX.18)}$$

Relația finală permite deducerea coeficienților egalizorului.

Observație: Ambii algoritmi reprezintă metode iterative de reglare a coeficienților egalizorulu adaptiv fără reacție, cu decizie directă, care funcționează corect doar la variații lente ale parametrilor canalului de comunicații, comparativ cu rata de transmisie. În general, se aplică o metodă aproximativă de reglare a egalizorului, care prelucrează o serie de diferențe finite ale eșantioanelor de eroare și nu derivatele valorilor medii ale acestora. Ajustarea coeficienților se face iterativ:

$c_i(k+1)=c_i(k)-\Delta e_i r_{k-i} \quad , e_i=z_i-\hat{x}_i$

(k - pasul iterației; e_i - eșantion de eroare; z_i - eșantion din semnalul egalizat; x_i - eșantion estimat; Δ – pas de ajustare; Fig.IX.4).

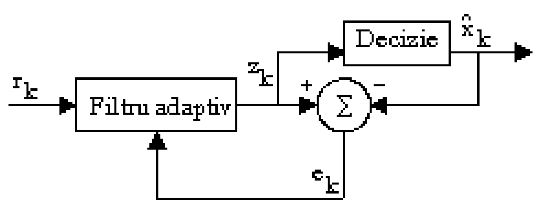

Fig.IX.4 Principiul utilizării egalizorului adaptiv

IX.3.3 Egalizoare cu reacție

Pe CT cu distorsiuni severe de amplitudine, se utilizează egalizoare **neliniare.** Cel mai simplu egalizor neliniar îl constituie **filtrele digitale cu reacție** (IIR *zero-pole*), constituit dintr-o structură de filtrare nerecursivă și una recursivă.

Coeficienții celor două structuri se ajustează pe durata fiecărui simbol.

Astfel simbolurile de date deja corectate contribuie, prin reacție, la eliminarea IIS din simbolurile ulterior recepționate.

Datorită reacției, există o mai mare libertate în alegerea coeficienților, sistemul este mai stabil, mai flexibil și mai robust față de zgomotul de fază. Există pericolul propagării erorilor de detecție a datelor dar pe o durată finită, determinată de ordinul structurii recursive de egalizare. În figura IX.5 este reprezentat un filtru cu N coeficienți pentru decizie directă și M coeficienți pentru decizie indirectă.

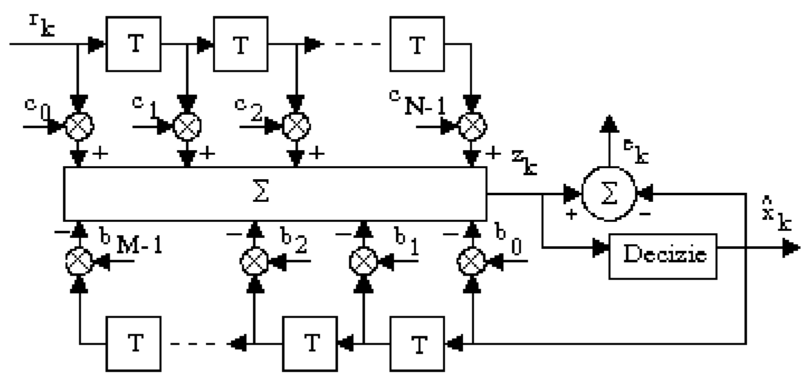

Fig.IX.5 Filtru transversal cu reacție

Ecuația intrare-ieșire a acestui filtru este:

$$z_k = \sum_{i=0}^{N} c_i r_{k-i} - \sum_{j=0}^{M} b_j \hat{x}_{k-j}$$

coeficienții fiind ajustați în fiecare perioadă de simbol:

$$c_i(k+1) = c_i(k) - \Delta_1 e_k r_{k-i} \qquad i = \overline{0; N-1}$$

$$b_j(k+1) = b_j(k) + \Delta_2 e_k \hat{x}_{k-j} \qquad j = \overline{0; M-1}$$

IX.3.4 Egalizoare fracționare

Filtrele transversale liniare sau neliniare pot lucra și cu întârzieri mai mici de o perioadă de simbol, ceea ce conduce la reducerea efectelor suprapunerii spectrale (*spectrum aliasing*) care apare prin eșantionarea semnalelor de bandă nelimitată. De exemplu, în sistemele de transmisie cu microunde uzual este egalizorul în T/2. Reglarea coeficienților se va face tot o dată pe durata unui simbol, dar performanțele de filtrare sunt mai bune iar sensibilitatea la zgomote este diminuată.

În figura IX.6 este prezentată structura de principiu a unui egalizor fracționar liniar.

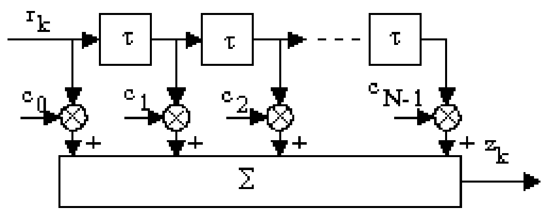

Fig.IX.6 Filtru transversal fracționar fără reacție

Observații:

◆ Egalizorul adaptiv constituie un caz particular de filtru adaptiv. Acesta din urmă poate fi utilizat și în alte aplicații precum predicția semnalelor sau suprimarea ecourilor.

◆ Egalizoarele pot fi implementate în următoarele variante:

1. analogică, folosind linii de întârziere cu elemente inductive și/sau capacitive;
2. digitală (hard), cu registre de deplasare, porți logice și memorii;
3. în logică programată, cu microprocesoare sau cu procesoare digitale de semnal eventual specializate.

IX.4 Aplicații

P1. Calculați coeficienții filtrului transversal nerecursiv de egalizare a unui CT de bandă limitată, cu coeficienți de IIS: $g_0 = 1$; $g_1 = 0,25$; $g_{-1} = 0,5$.

P2. Calculați coeficienții unui egalizor fix pentru transmisia binară a datelor pe linia telefonică la viteze de modulație de:

a. 9600 Bauds; b. 14400 Bauds; c. 19200 Bauds; d. 56 KBauds.