

CAPITOLUL VII
PERTURBAȚII PE CANALELE DE COMUNICAȚII

VII.1 Aspecte generale

Pe un canal de comunicații, în funcție de mediul și de condițiile de transmisie, apar diverse perturbații care afectează recepția corectă a semnalului.

Zgomotul termic, specific conductoarelor metalice, poate fi modelat ca zgomot aditiv, alb sau colorat, cu distribuție de valori de tip Gauss (**AWGN**, **ACGN**). Acest semnal de zgomot își modifică distribuția la trecerea printr-un detector de anvelopă (se obține semnal cu distribuție Rayleigh, cu valoare medie 0 și aceeași dispersie ca la distribuția inițială Gauss).

Banda limitată a canalului determină alungirea impulsurilor transmise pe mai multe intervale de simbol sau de bit, prin așa-numitul fenomen de **interferență intersimboluri** care se accentuează la creșterea ratei de transmisie.

Caracteristicile de amplitudine și fază ale canalului funcție de frecvență prezintă neliniarități care determină **distorsionarea** și întârzierea semnalului util.

În sistemele de comunicații radio, fixe sau mobile, terestre sau cu transmisie prin satelit, intervine și fenomenul de '**fading**', determinat de propagarea semnalului pe mai multe căi, prin reflexii multiple. Atenuarea accentuată a semnalului apare la momente aleatoare de timp în intervale cu durate variabile.

În afara perturbațiilor 'naturale', pe canalele de comunicații pot interveni și sursele artificiale de **bruij**, care afectează aditiv semnalul transmis.

Demodulatorul digital are rolul să convertească forma de undă recepționată într-un șir de simboluri dintr-un alfabet discret, în particular cel binar.

Eliminarea efectelor perturbațiilor și refacerea formei semnalului de date se face cu ajutorul unor blocuri de filtrare, egalizare, sincronizare și decizie.

Performanțele demodulatorului se exprimă în termenii probabilității (ratei) de eroare de bit sau de simbol (BER - *Bit Error Rate*).

VII.2 Filtrul adaptat

În prezența zgomotului aditiv, gaussian, filtrul optim de demodulare este **filtrul adaptat** la forma semnalului transmis. Se va lua în considerare cazul detecției necoerente.

Fie impulsul $A_s(t)$ de energie finită:

$$E_p = \int_0^T |As(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |AS(f)|^2 df \leq \infty \quad (VII.1)$$

Alegem constanta A din condiția de normare:

$$E_p = 1 \quad (VII.2)$$

Se separă părțile reală și imaginară ale impulsului:

$$s(t) = s_R(t) + js_I(t) \quad (VII.3)$$

Se presupune că procesul de transmisie este afectat de zgomot aditiv, gaussian, staționar, cu valoare medie zero:

$$n(t) = n_R(t) + jn_I(t) \quad (VII.4)$$

componentele sale fiind statistic independente, identic distribuite (Gauss), staționare, cu d.s.p. $N(f)$.

Funcția de anvelopă a zgomotului este:

$$\Lambda_{nn}(\tau) = E[n(t)n^*(t+\tau)] = E[n_R(t)n_R(t+\tau) + n_I(t)n_I(t+\tau)] = 2\Lambda(\tau) \quad (VII.5)$$

deci d.s.p. a semnalului complex de zgomot este:

$$N_n(f) = 2N(f) \quad (VII.6)$$

Se consideră transmisia unui singur impuls perturbat doar de AGN.

Generalizarea concluziilor se va face pe principiul suprapunerii efectelor.

Semnalul recepționat are expresia:

$$v(t) = As(t) + n(t) \quad (VII.7)$$

Sarcina demodulatorului este aceea de a detecta prezența semnalului util în zgomot.

Principiul detecției este ilustrat în figura VII.1.

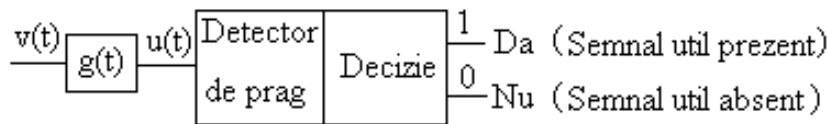


Fig. VII.1 Detecția semnalului util

Semnalul recepționat este filtrat, eșantionat la momentul t_0 și valoarea obținută este comparată cu un prag după care se ia decizia asupra existenței semnalului util.

Fie $g(t)$ funcția răspuns-la-impuls a filtrului care are rolul să maximizeze raportul de puteri semnal/zgomot.

Ieșirea filtrului este un proces aleator staționar:

$$u(t) = v(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)[As(t-x) + n(t-x)]dx \quad (VII.8)$$

cu media:

$$E[u(t)] \stackrel{not}{=} Ar(t) \quad (VII.9)$$

și varianța:

$$var[u(t)] \stackrel{not}{=} 2\sigma^2 \quad (VII.10)$$

Componentele fiind statistic independente, prezintă aceeași varianță:

$$\sigma^2 = var[u_R(t)] = var[u_I(t)] \quad (VII.11)$$

Prin calcul se obține că:

$$Ar(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\{As(t-x) + E[n(t-x)]\}dx = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)As(t-x)dx = g(t) * As(t) \quad (VII.12)$$

Deci Ar(t) este **componenta utilă** din ieșire și are transformata Fourier:

$$AR(f) = G(f) \cdot AS(f) \quad (VII.13)$$

iar puterea (pentru t_0 la 0 secunde):

$$P = |Ar(0)|^2 = \left| A \int_{-\infty}^{\infty} G(f)S(f)df \right|^2 \quad (VII.14)$$

Puterea de zgomot la ieșirea filtrului este:

$$\begin{aligned} var[u(0)] &= E[|u(0) - E[u(0)]|^2] = \\ &= E \left[\int_{-\infty}^{\infty} g(x)n(-x)dx \int_{-\infty}^{\infty} g^*(y)n^*(-y)dy \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x)g^*(y)E[n(-x)n^*(-y)]dxdy = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x)g^*(y)\Lambda_{nn}(x-y)dxdy \stackrel{z=x-y}{=} \int_{-\infty}^{\infty} 2\Lambda(z) \int_{-\infty}^{\infty} g(x)g^*(x-z)dxdz \end{aligned}$$

Adică

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda(z) \int_{-\infty}^{\infty} g(x)g^*(x-z)dxdz \stackrel{Parseval}{=} \int_{-\infty}^{\infty} N(f)|G(f)|^2df \quad (VII.15)$$

Filtrul optim trebuie să rejeteze zgomotul și să maximizeze puterea semnalului util, la toate momentele de decizie, în particular la 0 secunde.

Filtrul adaptat impulsului transmis As(t) va maximiza raportul semnal/zgomot la momentul de decizie:

$$\begin{aligned} \frac{S}{N} &= \frac{|Ar(0)|^2}{\sigma^2} = \frac{\left| A \int_{-\infty}^{\infty} G(f)S(f)df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} N(f)|G(f)|^2df} = \frac{A^2 \left| \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{N(f)} G(f) \frac{S(f)}{\sqrt{N(f)}} df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} N(f)|G(f)|^2df} \stackrel{Schwarz}{\leq} A^2 \frac{\int_{-\infty}^{\infty} N(f)|G(f)|^2df \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(f)|^2}{N(f)} df}{\int_{-\infty}^{\infty} N(f)|G(f)|^2df} = \\ &= A^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(f)|^2}{N(f)} df = \left(\frac{S}{N} \right)_{\max} \end{aligned}$$

iar maximul raportului se obține pentru:

$$G(f) = \frac{S^*(f)}{N(f)} \quad (VII.16)$$

Expresia generalizată a funcției de transfer a filtrului adaptat, cu decizie la momentul t_0 , este:

$$G(f) = C \frac{S^*(f)}{N(f)} \exp(-j2\pi f t_0) \quad (\text{VII.17})$$

(C - constantă de amplificare.)

Particularizări:

❶ Transmisie în banda de bază, cu zgomot alb și decizie la momentul zero:

$$N(f) = \frac{N_0}{2} = C; \quad t_0 = 0; \quad G(f) = S^*(f); \quad g(t) = s^*(-t) \text{ filtru necauzal}$$

și $\left(\frac{S}{N}\right)_{\max} = \frac{2E_p}{N_0}$.

❷ Transmisie în banda de bază, cu zgomot alb și decizie la momentul $t_0=T$:

$$g(t) = s(t_0 - t) \text{ filtru cauzal TJ (trece-jos), realizabil practic.}$$

❸ Transmisie cu modulare-demodulare de amplitudine, cu zgomot alb și decizie la momentul T:

$$g(t) = s(T-t)\cos(2\pi f_0 t) \quad \text{Filtru adaptat TB (trece-bandă).}$$

❹ Transmisie cu modulație de amplitudine și impulsuri formatoare ortogonale (s_0 și s_1), de lățime T; zgomot alb, decizie la momentul T:

$$g_0(t) = s_0(T-t)\cos(2\pi f_0 t); \quad g_1(t) = s_1(T-t)\cos(2\pi f_0 t) \quad \text{Filtre adaptate TB.}$$

VII.3 Modelarea canalelor de comunicații analogice

Pentru a se ține cont de influența diferiților factori de perturbație asupra procesului de transmisie, **modelul CT analogic** cuprinde mai multe componente (fig. VII.2):

◆ **modelul CT dispersiv** care pune în evidență fenomenul de interferență intersimboluri, datorat benzii limitate de transmisie;

◆ **modelul CT cu fading**, fenomen manifestat ca un zgomot multiplicativ $F(t)$ care determină fluctuații aleatoare ale amplitudinii și fazei semnalului transmis ca urmare a propagării acestuia pe căi multiple;

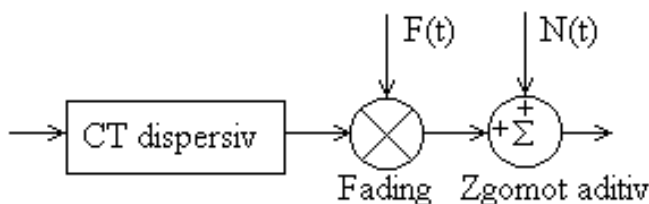


Fig. VII.2 Modelarea CT analogic

◆ **modelul CT gaussian** care evidențiază influența zgomotului aditiv, gaussian, alb sau colorat (AWGN, ACGN).

Observații:

- ❶ Modelul prezentat poate să includă și perturbațiile artificiale (cum ar fi semnalele de bruij) cu caracter aditiv.
- ❷ Neliniaritățile canalului de transmisie și ale unor blocuri receptoare, manifestate ca distorsiuni de amplitudine și de fază ale semnalului transmis, pot fi modelate în cadrul modelului CT dispersiv și/sau ca zgomote multiplicative.
- ❸ În funcție de aplicație și de condițiile de transmisie, modelul CT poate fi simplificat.

VII.3.1 Modelul canalului de transmisie dispersiv

Fără a se lua în considerare influența zgomotelor și a neliniarităților canalului de transmisie, se modelează efectul limitării benzii unui canal de transmisie liniar nezmotos [Bla90].

Se notează:

$p(t)$ - impulsul de semnalizare la emisie;

$h(t)$ - funcția răspuns-la-impuls a canalului de transmisie;

$s(t) = p(t)*h(t)$ - impulsul recepționat;

$*$ - simbolul produsului de convoluție;

a_k - simbolul binar transmis la momentul discret de timp k ;

T - perioada de simbol.

Expresia semnalului recepționat este:

$$r(t) = \left[\sum_k a_k p(t - kT) \right] * h(t) = \sum_k a_k s(t - kT) \tag{VII.18}$$

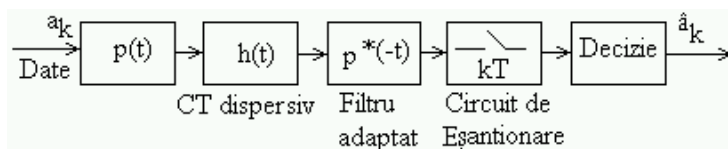


Fig.VII.3 Transmisia datelor pe CT de bandă limitată

Dacă în receptor este inclus un filtru adaptat (fig.VII.3), semnalul la ieșirea acestui filtru are expresia:

$$u(t) = r(t) * p^*(-t) = \sum_n a_n g(t - nT) \quad (\text{VII.19})$$

$p^*(-t)$ este funcția răspuns la impuls a filtrului adaptat de tip trece-jos pentru transmisie în banda de bază;

$g(t) = s(t) * p^*(-t) = (p(t) * p^*(-t)) * h(t)$ este expresia impulsului recepționat și filtrat.

La ieșirea circuitului de eșantionare se obține la momentul kT eșantionul:

$$u_k = u(kT) = \sum_n a_n g[(k - n)T] = \sum_n a_n g_{k-n} = a_k g_0 + \sum_{n \neq k} a_n g_{k-n} \quad (\text{VII.20})$$

Dacă impulsul transmis $p(t)$ are durata T și spectrul de bandă infinită, la trecerea prin CT dispersiv se obține semnal alungit în timp. Se notează **v: lungimea de constrângere a fenomenului de interferență intersimboluri (IIS)**. Semnalul $g(t)$ are durata vT .

Expresia eșantionului recepționat la momentul kT devine:

$$u_k = \sum_{n=0}^v a_n g_{k-n} = a_k + \sum_{n=1}^v a_n g_{k-n}, \quad g_0 = 1 \quad (\text{VII.21})$$

Conform relației (VII.21), canalul de transmisie dispersiv staționar poate fi modelat ca un filtru digital cu răspuns finit la impuls (FIR), cu coeficienții g_1, g_2, \dots, g_v numiți **coeficienți de interferență** (Fig. VII.4) [Bla90].

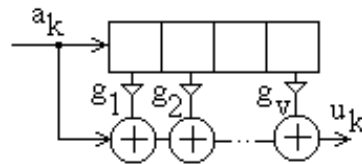


Fig. VII.4 Modelul CT dispersiv

Observații:

- ❶ Parametrul v se consideră finit dacă valorile coeficienților g_k sunt neesențiale pentru $k > v$.
- ❷ Determinarea coeficienților de interferență se poate face printr-o testare prealabilă a condițiilor de transmisie. Se transmite pe CT un impuls rectangular de durată T și se măsoară eșantioanele semnalului recepționat la momente discrete de timp.

③ Sarcina demodulatorului este să refacă simbolurile de date a_k în condițiile existenței IIS, coeficienții de interferență fiind cunoscuți.

④ Mai pot fi modelate cu filtre FIR și alte fenomene de interferență:

ACI - *Adjacent Channel Interference* - interferența cu canalele învecinate, spațial, temporal sau în frecvență;

QCI - *Quadrature Channel Interference* - apare în cazul demoduloarelor de amplitudine care lucrează pe purtătoare ortogonale precum și în cazul folosirii unor demoduloare neliniare care conțin limitatoare de amplitudine sau sunt afectate de erori de fază.

Coeficienții de interferență pot fi determinați și prin simularea canalului de transmisie. Folosind echivalentul de joasă frecvență, orice canal de transmisie liniar poate fi modelat ca FTJ, indiferent de frecvența centrală a benzii. Testarea condițiilor de transmisie, respectiv a fenomenului de interferență intersimboluri, se face pe baza transmiterii pe canal a unui impuls rectangular prin FTJ considerat, de un anumit ordin și lățime de bandă impusă.

În tabelul VII.1 se specifică valorile coeficienților de IIS obținuți prin simulare pentru un canal telefonic (cu lățimea de bandă de 3,1 kHz). Parametrul v reprezintă lungimea IIS dacă se admite valoare maximă de interferență 10% din eșantionul central cu valoare normată 1. Se observă că rata standard maximă de transmisie binară cu IIS nulă este de 4800 bps pentru canalul telefonic și de 19200 bps pe un canal audio de 16 kHz.

TABEL VII.1 Coeficienții IIS ($W = 3,1$ kHz)

v [bps]	$g_1(\%)$	$g_2(\%)$	$g_3(\%)$	$g_4(\%)$	$g_5(\%)$	v
2400	1,76	0,03	-	-	-	0
4800	14,88	1,96	0,26	0,03	-	1
9600	49,41	17,91	6,49	2,36	0,85	2
19200	96,48	58,09	34,98	21,06	12,68	5

Corecția semnalului afectat de IIS se poate face prin includerea în receptor a unui demodulator cu reacție, cu filtru recursiv complementar canalului de transmisie, fie cu un demodulator Viterbi care să lucreze pe principiul distanței euclidiene pătratice minime.

Demodulatorul cu reacție (*Decision Feedback Demodulator*) se implementează ca filtru digital recursiv de ordin v , pe baza modelului canalului de comunicații dispersiv, staționar, afectat de zgomot aditiv, conform ecuației:

$$\hat{a}_k = a_k + n_k = u_k - \sum_{n=1}^v g_n \hat{a}_{k-n} \tag{VII.22}$$

Notatii: \hat{a}_k – simbol curent detectat (Fig.VII.5).

Dezavantajul acestui demodulator este determinat de posibila propagare a erorilor de decizie. Limitarea acestui fenomen se poate realiza cu un precodor de date diferențial.

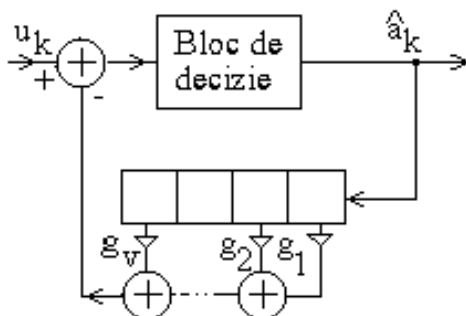


Fig. VII.5 Demodulator cu reacție

Spre deosebire de demodulatorul cu reacție care doar minimizează efectele IIS, **demodulatorul Viterbi** modelează acest fenomen ca pe o sursă suplimentară de erori și face corecția acestuia pe principiul distanței euclidiene pătratice medii minime. Canalul dispersiv este descris printr-o diagramă cu număr finit de stări și o diagramă 'trellis' cu coeficienții de IIS determinați.

Exemplu: Fie un canal de comunicații binar, dispersiv cu lungime de IIS de valoare $v=1$ și coeficient de IIS $g_0=0,1$. Modelul canalului constă într-un filtru FIR de ordinul 1, cu 2 stări (± 1). Trellisul asociat este reprezentat în fig.VII.6.

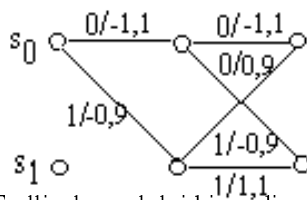


Fig. VII.6 Trellisul canalului binar dispersiv de ordinul 1

VII.3.2. Modelarea fenomenului de fading

Un caz aparte de interferență îl constituie fenomenul de fading [Big92], [Chi95], datorat reflexiilor semnalului pe unele obstacole fixe sau în mișcare (clădiri, vehicule, denivelări de teren, arbori ș.a.) deci modurilor multiple de propagare și manifestat prin scăderi accentuate temporare ale amplitudinilor semnalului respectiv prin variații aleatoare ale fazei acestuia.

Expresia generală a semnalului afectat de fading este:

$$r(t) = A(t) \exp \{j q(t)\} y(t) \quad (\text{VII.23})$$

S-au notat:

$y(t)$ - semnalul emis;

$r(t)$ - semnalul recepționat;

$A(t)$, $q(t)$ - funcțiile de amplitudine și de fază care descriu fenomenul de fading.

În multe aplicații $A(t)$ și $q(t)$ variază lent comparativ cu rata de transmisie a datelor. În acest caz se consideră distribuția probabilistică de tip Rayleigh pentru variațiile anvelopei semnalului și de tip uniform pentru cele de fază iar fenomenul de fading se numește *fading lent de tip Rayleigh*.

Prin folosirea unor tehnici de eliminare a variațiilor de fază, rămâne activă doar funcția de amplitudine.

Expresia semnalului afectat de fading lent devine:

$$r(t) = a y(t) \quad (\text{VII.24})$$

unde a este o variabilă aleatoare cu funcția de distribuție probabilistică Rayleigh:

$$p(a) = \frac{a}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma^2}\right), a \geq 0 \quad (\text{VII.25})$$

(σ^2 - dispersia variabilei aleatoare cu valoare tipică 0,5).

În cazul comunicațiilor mobile, fadingul de amplitudine se poate modela ca variabilă aleatoare a cu distribuția probabilistică de tip Rice cu diverse valori ale parametrilor:

$$p(a; k) = \frac{a}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{a^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{aA}{\sigma^2}\right) \quad (\text{VII.26})$$

$k = A^2/2\sigma^2 = C/N$ este raportul puterilor purtătoare și zgomotului, în condițiile transmisiei semnalului pe un canal de comunicație afectat de fading lent de tip Rice.

$I_0(x)$ este funcția Bessel modificată de tip I și ordin 0.

Modelul CT afectat de fading este prezentat în fig. VII.7.

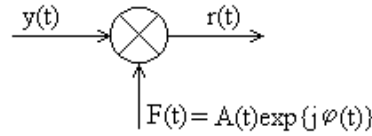


Fig. VII.7 Modelul CT cu fading

Distribuția Rice generalizează distribuțiile Gauss și Rayleigh:

$$k \rightarrow 0 \quad p_{Rice}(a; 0) = p_{Rayleigh}(a) \quad (VII.27)$$

$$k \rightarrow \infty \quad p_{Rice}(a; \infty) = P_{Gauss}(a) \quad (VII.28)$$

Expresia probabilității de eroare de bit pentru o transmisie cu fading este:

$$p_e = E[p_{e|a}] = \int_0^{\infty} p(a) \cdot p_{e|a} da \quad (VII.29)$$

Notatii:

$E(\)$ - valoarea medie (*expected value*) a unei variabile aleatoare;

$p(a)$ - distribuția probabilistică a fading-ului;

$p_{e/a}$ - probabilitatea de eroare de bit condiționată de variabila aleatoare de fading.

Observații:

❶ Îmbunătățirea caracteristicii de eroare a demodulatorului digital, în cazul transmisiei cu fading, este posibilă prin precodarea adecvată a semnalului de intrare în modulator.

❷ Distribuția probabilistică Rayleigh este utilizată și pentru modelarea zgomotului aditiv care afectează semnalul de la ieșirea detectorului de anvelopă dintr-un receptor necoerent, în cazul în care transmisia s-a făcut pe un canal cu zgomot alb, aditiv și gaussian.

VII.4 Perturbații de fază pe canalele de comunicații

Faza inițială și originea timpului în semnalul recepționat sunt necunoscute.

Expresia acestuia este:

$$v(t) = \sum_k a_k s(t - kT - \alpha(t)) \exp[j\theta(t)] + n(t) \quad (VII.30)$$

Notatii:

a_k - simbol (bit) de date;

T - durata de simbol (bit);

$n(t)$ - zgomot aditiv;

$\alpha(t)$ - variabilă aleatoare denumită **jitter** (eroarea de stabilire a momentelor optime de eşantionare a semnalului recepţionat); se estimează şi se elimină prin circuitele de sincronizare de bit;

$\theta(t)$ - variabilă aleatoare denumită **offset (zgomot) de fază** (se minimizează cu ajutorul circuitelor de sincronizare a purtătoarei).

Există şi o anumită incertitudine în aprecierea indicelui k , respectiv în împărţirea şirului de date recepţionat în blocuri de simboluri. Aceasta se elimină în procesul de sincronizare de cadru sau de bloc.

În general, aceste variabile aleatoare variază lent comparativ cu viteza de transmisie de bit sau de simbol. Astfel ele pot fi considerate ca fiind constante pe durata unui simbol sau bit:

$$v(t) = \sum_k a_k s(t - kT - \alpha) \exp[j\theta] + n(t) \quad (\text{VII.31})$$

unde $\alpha \in [0; T]$; $\theta \in [0; 2\pi)$. sunt variabile aleatoare uniform distribuite în timp.

Estimarea acestor parametri se face de obicei pe baza **estimatorului de maximă probabilitate (MLE - Maximum Likelihood Estimate)** care minimizează pătratul distanţei euclidiene dintre semnalul recepţionat şi cel util.

VII.5 Surse de bruij

Asigurarea securităţii informaţiei transmise pe un canal de comunicaţii, în condiţiile existenţei unui adversar, se poate realiza în diverse moduri funcţie de situaţie.

Scopurile adversarului pot fi:

- ◆ detecţia existenţei unei transmisii;
- ◆ întreruperea comunicaţiei;
- ◆ interceptarea mesajului;
- ◆ falsificarea informaţiilor transmise;
- ◆ localizarea şi/sau identificarea transmiţătorului.

Întreruperea comunicaţiei se poate face prin introducerea de semnale zgomotoase pe canalul de transmisie (CT), denumite **semnale de bruij (jamming)**.

Semnalul recepţionat la ieşirea unui canal de comunicaţii bruiat are expresia:

$$r(t) = y(t) + n(t) + j(t) \quad (\text{VII.32})$$

Notatii:

$y(t)$ - semnal transmis afectat eventual de distorsiuni, fading, offset de fază etc.

$n(t)$ - zgomot aditiv natural, specific CT;

$j(t)$ - semnal de bruijaj.

De obicei, sursa de bruijaj dispune de un număr finit, bine determinat, de forme de undă, precum și de o putere de emisie limitată.

Utilizatorul dispune de o bandă de frecvențe cu limite prestabilite și de putere cu valoare maximă specificată.

Protecția semnalului util față de o sursă de bruijaj sau eficiența bruijajului efectuat pot fi analizate în două situații distincte:

① când sursa de bruijaj este activă dinaintea transmiterii mesajului util, se pot testa condițiile de transmisie și prin cunoașterea apriorică a canalului de comunicații se decide asupra formei optime a semnalului util, în particular a impulsului de formare a datelor, care maximizează raportul semnal/zgomot de bruijaj (în cazul bruijajului cu zgomot alb, se poate aplica principiul filtrului adaptat);

② când sursa de bruijaj intervine după începerea procesului de comunicație pe canal, adversarul poate alege semnalul de zgomot cel mai perturbant în sensul minimizării raportului semnal/zgomot pe CT, cunoscând caracteristicile semnalului util.

În primul caz, se transmite zgomot cvasi-alb, gaussian, de bandă largă, acesta fiind relativ greu de penetrat în condițiile unei puteri de emisie limitate.

În cea de a doua situație, adversarul poate alege semnal de zgomot specific iar utilizatorul poate adopta ca strategie de transmisie, metoda proiectării sistemului de comunicații pentru cazul cel mai defavorabil, dar acest lucru conduce la creșterea costului echipamentului și nu asigură întotdeauna performanțe bune de transmisie.

Calitatea unui sistem antibrujaj se apreciază prin raportul dintre puterea sursei optime de perturbație - cea mai defavorabilă pentru transmisie, necesară întreruperii comunicației - și puterea de zgomot alb, gaussian aplicat.

Probabilitatea de eroare pentru transmisii de date pe canale de comunicații bruijate cu zgomot alb depinde de raportul E_b/J_0 (E_b - energia de bit; J_0 - d.s.p. a zgomotului de bruijaj). Creșterea performanțelor de transmisie se poate face fie măbind puterea emisă, fie prin scăderea puterii semnalului de bruijaj prin metode specifice.

Există sisteme de bruij care nu atacă direct semnalul transmis, ci se rezumă, de exemplu, la **perturbarea sincronizării**.

Majoritatea sistemelor antibruiaj aplică **metode de extensie a spectrului** semnalului util ceea ce forțează adversarul să emită aceeași putere într-o bandă lărgită de frecvențe. Extensia benzii se face conform unei reguli cunoscută doar de receptorul autorizat, fiind secretă pentru adversar. În receptor, prin compresia benzii, se crește artificial raportul semnal/zgomot.

Există și situații în care adversarul bruiiază parțial transmisia, adică își concentrează puterea pentru distrugerea cu probabilitate maximă a unor porțiuni din mesaj (**bruij parțial în timp**) sau a anumitor fracțiuni din spectrul semnalului util (**bruij parțial în frecvență**).

Bruij parțial în timp

Se notează $\alpha < 1$, fracțiunea din timpul total de emisie, afectată de semnalul de bruij de tip zgomot alb. În cazul bruijului parțial, densitatea spectrală de putere a zgomotului de bruij crește față de cazul bruijului activ pe toată durata transmisiei, prin raportul supraunitar $1/\alpha$: $J_0/\alpha \gg J_0$.

Probabilitatea de eroare de bit este critică pe durata bruijului semnalului, când depinde de raportul de puteri:

$$\frac{E_b}{N_0 + J_0/\alpha} \cong \frac{E_b}{J_0} \alpha.$$

N_0 este d.s.p. a zgomotului alb natural propriu CT, cu valoare mult mai mică decât d.s.p. a zgomotului generat de sursa de bruij.

Se consideră în continuare o transmisie digitală cu modulație BPSK, afectată de AWGN și bruij parțial în timp cu zgomot alb.

În acest caz, expresia probabilității de eroare de bit a demodulatorului coerent este:

$$P_e = (1 - \alpha)Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) + \alpha Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0 + J_0/\alpha}}\right) \quad (\text{VII.33})$$

Notăție: $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy$ este funcția normală de eroare.

Valorile acestei funcții pot fi calculate cu orice program de tip matematic (*Mathcad, Mathematica, Matlab*).

Sursa de bruij urmărește maximizarea probabilității de eroare a demodulatorului.

În general, $N_0 \ll J_0$, deci relația (VII.33) se poate aproxima sub forma:

$$P_e \cong \alpha Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{J_0}} \alpha\right) \tag{VII.34}$$

care impune analiza funcției:

$$f(x) = xQ(\sqrt{x})$$

Această funcție are valoarea maximă 0,1657 pentru $x = 1,44$:

$$\max f(x) = f(1,44) = 0,1657.$$

Deci probabilitatea maximă de eroare se obține pentru o valoare optimă a parametrului:

$$\alpha_{optim} = 1,44 \frac{J_0}{2E_b} = 0,72 \frac{J_0}{E_b}$$

iar probabilitatea de eroare în acest caz are expresia:

$$P_{e_{max}}\left(\frac{E_b}{J_0}\right) = 0,08285 \frac{J_0}{E_b} \tag{VII.35}$$

În figura VII.8 sunt prezentate curbele probabilității de eroare de bit, logaritmată, pentru bruiat total ($\alpha = 1$) și parțial în timp (α optim). Se observă că bruiatul parțial asigură rate de eroare foarte mari (1:100) în intervalele de timp în care sursa de bruiat este activă, chiar dacă puterea emițătorului util este relativ mare (raport S / J de 18dB).

Observație: În condițiile bruierii parțiale a canalului de comunicații, utilizatorul poate aplica tehnici de diversiune și coduri corectoare de erori.

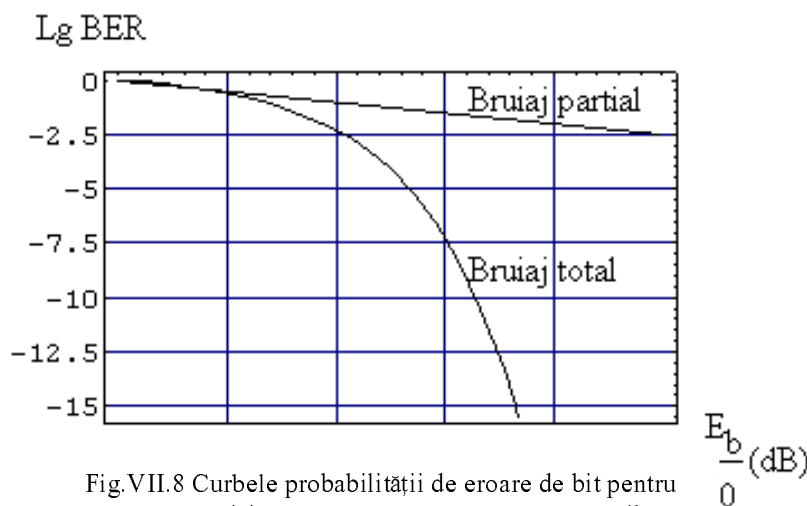


Fig.VII.8 Curbele probabilității de eroare de bit pentru transmisie BPSK pe CT bruiat cu zgomot alb

Diversificarea este un procedeu de creștere a redundanței semnalului prin transmisia mai multor replici ale fiecărui bloc de simboluri (biți), la momente diferite de timp, decizia finală luându-se după recepționarea tuturor segmentelor respective, alegându-se valorile de simbol cu probabilitate maximă de apariție.

Sisteme antibruiaj cu spectru extins

În principiu, sistemele cu spectru extins (*spread-spectrum system*) se bazează pe o anumită tehnică de modulație cu purtătoare multiple (MA, MF, MIP etc.).

Prin extensia spectrului semnalului util, orice adversar care bruiază transmisia este forțat să emită într-o bandă de frecvențe mult mai largă, ceea ce determină scăderea pronunțată a d.s.p. a semnalului de bruiaj. Se impune evident condiția ca metoda de extensie a spectrului să fie secretă pentru adversar.

De asemenea, sistemele cu spectru extins au avantajul reducerii considerabile a sensibilității la zgomot aditiv, natural, întrucât blocul de compresie a spectrului în receptor va comprima banda semnalului util dar va extinde spectrul zgomotului. Astfel raportul de puteri semnal/zgomot crește artificial cu valoarea câștigului de extensie propriu sistemului.

Să considerăm un sistem de transmisie cu lărgimea benzii de frecvențe B și cea extinsă, W , rata de transmisie R și energia de bit E_b .

Dacă se notează J puterea zgomotului alb de bruiaj sau N cea a zgomotului alb natural, se observă reducerea d.s.p. a zgomotului în banda extinsă cu **factorul de extensie**: $k = \frac{W}{B}$.

Deci,

$$J_0 = \frac{J}{W}; E_b = \frac{S}{R}; \frac{E_b}{J_0} = \frac{S}{J} \cdot \frac{W}{R}; \left(\frac{E_b}{J_0}\right)_{dB} = \left(\frac{W}{R}\right)_{dB} - \left(\frac{J}{S}\right)_{dB} = G_{SS} - G_J$$

S - puterea sursei utile;

G_{SS} - se numește **câștig de extensie** a spectrului;

G_J - **marginea de bruiaj**, definită ca raportul de puteri J/S pentru care se obține valoarea minimă admisă a raportului E_b/J_0 corespunzătoare valorii maxime admise a probabilității de eroare de bit.

Exemplu: În condițiile unei transmisii de date cu modulație BPSK, bruiaj cu zgomot alb pe toată durata, cu extensie de spectru și cod-bloc corector de erori (rată de codare R_c), se obține:

$$BER = Q \left[\sqrt{\frac{2E_b}{J_0} R_c (2t + 1)} \right] = Q \left[\sqrt{2 \left(\frac{S}{J} \frac{W}{R} \right) R_c (2t + 1)} \right]$$

Observații:

◆ Sistemele cu spectru extins se implementează relativ simplu dar nu asigură o utilizare a întregii capacități de transmisie a canalului. Folosind relația lui Shannon pentru calculul capacității unui canal de comunicații, rezultă:

$$R \leq C = W \log_2 \left(1 + \frac{E_b R}{N_0 W} \right) \Rightarrow \frac{E_b}{N_0} \geq \frac{2^{R/W} - 1}{R/W}.$$

◆ Extensia spectrului poate fi utilizată și pentru multiplexarea în cod a semnalelor provenite de la mai multe surse informaționale, respectiv pentru asigurarea accesului multiplu pe un anumit canal de comunicații (CDMA - *Code Division MultiAccess Channel*). Spectrul fiecărui semnal va fi extins cu o altă secvență de cod pseudoaleatoare ceea ce va permite rejectarea, în receptorul util, a celorlalte semnale transmise simultan pe canal, asemenea oricărui zgomot aditiv.

Cele mai utilizate **metode de extensie a spectrului:**

❶ **cu secvență directă:** secvența de date dublu-curent este modulată în amplitudine cu secvența binară pseudoaleatoare (SBPA);

❷ **cu salturi temporale:** impulsurile de date sunt modulate în poziție (MIP) sau în durată (MID) pe baza unei SBPA;

❸ **cu salturi de frecvență (*frequency-hopping*: FH):** se modulează semnalul de date în amplitudine cu purtătoare generate de un oscilator comandat de SPA. În funcție de raportul ratelor de simbol din semnalul de date și din SPA, aceste sisteme pot fi clasificate în sisteme cu **salturi lente sau rapide de frecvență**, dacă un salt corespunde mai multor biți de date sau pe durata acestuia se efectuează mai multe salturi (fig.VII.9).

Analiza semnalului cu spectru extins se face pe baza unei diagrame spectrale timp-frecvență. În figura VII.10 este reprezentată variația în timp a poziției spectrului într-un sistem de extensie cu salturi de frecvență. S-a considerat o secvență de simboluri pseudoaleatoare exprimabile pe 3 biți (T reprezintă durata unui salt de frecvență; FH - frecvența de salt; fp - frecvența purtătoare). Observăm că spectrul semnalului de date în banda de bază sau modulată, este ulterior translat în jurul fiecărei frecvențe purtătoare. Pe durata unei perioade a secvenței SPA, se obține împrăștierea spectrală pe toată lățimea benzii extinse de frecvențe. Filtrul premodulator (TJ sau TB) are rolul de a limita lățimea spectrului inițial sub valoarea frecvenței de salt.

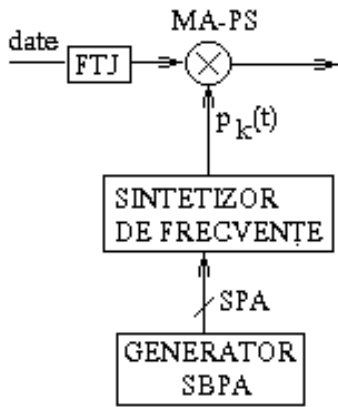


Fig.VII.9 Schema de principiu a unui modulator FH-SSS

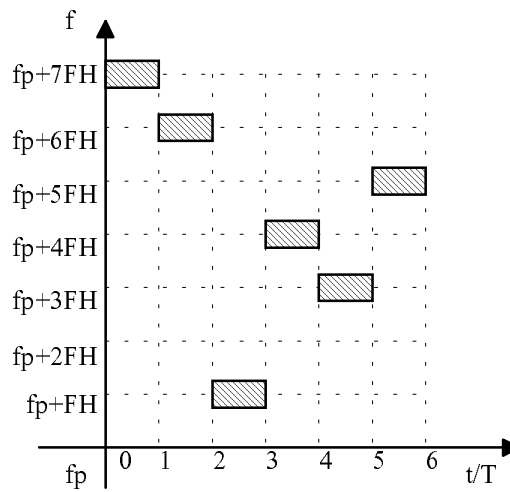


Fig.VII.10 Diagrama spectrală în sistem FH-SS

În receptor, compresia spectrului se face fie coerent, cu purtătoare generate local, fiind necesară sincronizarea SBPA de la recepție cu cea folosită la emisie, fie necoerent, prin detecție de anvelopă.

VII.6 Aplicații

P1. Calculați rata de eroare de bit pentru un demodulator coerent BPSK (nivele $\pm 5V$), transmisie cu zgomot aditiv, alb, gaussian ($0,01W/Hz$) și fading lent Rayleigh de amplitudine (cu dispersie 0,5).

Soluție: Probabilitatea de eroare a demodulatorului coerent, pentru transmisie cu AWGN și fading, se calculează pe baza relației (VII.29). Se obține rata de eroare în zgomot alb, condiționată de variabila de fading:

$$\begin{aligned}
 p_{e|a} &= P[aA + n < 0] = \int_0^{\infty} p_{Gauss}(x; aA; \sigma^2) dx = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(x-aA)^2}{2\sigma^2}\right] dx = \\
 &= \int_{aA}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right] dx = \int_{aA/\sigma}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right] dx
 \end{aligned}$$

și rata de eroare globală;

$$p_e = \int_0^{\infty} 2a \exp(-a^2) \int_{aA/\sigma}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right] dx da.$$

Calculul integralei duble se efectuează prin metoda separării variabilelor. În acest scop, se face trecerea de la coordonatele carteziene la cele polare bidimensionale:

$$x = r \cos(\varphi); \quad a = \frac{1}{\sqrt{2}} r \sin(\varphi);$$

$$dx da = \frac{1}{\sqrt{2}} r dr d\varphi; \quad r \in [0; \infty); \quad \varphi \in [0; \arctg \frac{\sqrt{2}\sigma}{A})$$

Rezultă:

$$p_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} r^2 \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right) dr \int_0^{\arctg\left(\frac{\sqrt{2}\sigma}{A}\right)} \sin(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\sigma^2}{A^2}}} \right]$$

$$p_e = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{A^2/2}{A^2/2 + \sigma^2}} \right] = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{E_b/N_0}{1 + E_b/N_0}} \right] = 9,997 \cdot 10^{-5}$$

Dacă se dublează puterea zgomotului, BER crește la $2 \cdot 10^{-4}$.

P2. Deduceți funcția de transfer a filtrului adaptat pentru o transmisie cu impuls formator rectangular de durată T, cu modulație ASK și zgomot alb. Stabiliți momentul optim de decizie.

P3. Deduceți funcția de transfer a filtrului adaptat pentru o transmisie cu impuls formator de tip 'lob de sinus', de durată 2T, cu modulație MSK și zgomot alb. Stabiliți momentul optim de decizie.

P4. Calculați coeficienții de IIS semnificativi pentru transmisia datelor pe un canal radio, cu lățimea benzii de 16 kHz, rata de transmisie fiind de 19200 bps.

P5. Deduceți expresia probabilității de eroare de bit în cazul transmiterii unui semnal modulat BPSK antipodal, pe un canal de comunicații afectat de zgomot aditiv, alb, gaussian (cu d.s.p. N_0) și fading lent de amplitudine (dispersie 0,5).

P6. Calculați rata de eroare de bit pentru o transmisie ASK simplu-curent (nivele 0 și 5V), pe un canal afectat de AWGN cu $N_0=0,01$ W/Hz, dacă se folosește un demodulator necoerent cu detecție de anvelopă. Ce tip de filtru adaptat se folosește (TJ sau TB)?

P7. Calculați probabilitatea de eroare a demodulatorului ASK coerent, dacă se transmit nivelele de semnal -7V; -5V; -3V; -1V; 1V; 3V; 5V; 7V pe un CT afectat de AWGN cu 0,01W/Hz și fading lent Rayleigh (dispersie 0,5), cu precodori Hamming H(7;4).

P8. Calculați probabilitatea de eroare de simbol a demodulatorului 49-QPRS, dacă transmisia se face cu semnal purtător armonic de 10V/100kHz, pe un canal afectat

de AWGN cu 0,08 W/Hz, cu precodori RS(7;5) în GF(8).

P9. Calculați probabilitatea de eroare a demodulatorului ASK necoerent, dacă se transmit nivelele de semnal 1V; 2V; 3V; 4V pe un CT afectat de AWGN cu 0,02 W/Hz și fading lent Rayleigh (dispersie 0,5), cu precodori RS(5;3).

P10. Calculați probabilitatea de eroare de simbol a demodulatorului APK (2A-8P-SK), dacă transmisia se face pe nivele de semnal purtător armonic de 1V și 2V, pe un CT afectat de AWGN cu 0,03 W/Hz, cu precodori RS(7;5).

P11. Calculați probabilitatea de eroare de simbol a demodulatorului 64-QAM, dacă transmisia se face cu semnal purtător armonic de 1V/10kHz, pe un CT afectat de AWGN cu 0,04 W/Hz, cu precodori Hamming H(15;11).

P12. Desenați diagrama 'trellis' pentru un canal de comunicații binar, polar, dispersiv, de ordinul II, cu coeficienții de IIS de valori 0,25 și 0,05. Demodulați, folosind algoritmul Viterbi, secvența de eșantioane 0,9; -0,6; 0,4; 1,4; 0,2.

P13. Calculați probabilitatea de eroare de simbol a demodulatorului 16-PSK, dacă transmisia se face cu semnal purtător armonic de 2V/40 kHz, pe un CT afectat de AWGN cu 0,01 W/Hz, cu precodori RS(15;11) în GF(16).

P14. Un semnal QPSK este transmis pe un canal de comunicații bruiat cu zgomot alb ($N_0 = 1$ W/Hz). Calculați probabilitatea de eroare de bit cunoscând amplitudinea purtătoarelor de 5V. Care ar fi valoarea BER dacă se aplică bruiaj, parțial în timp, cu eficiență maximă? Cum se modifică valoarea ratei de eroare dacă se folosește o metodă de extensie a spectrului cu câștig de 12 dB?

P15. Deduceți SBPA generată cu un RDR, cu sumator modulo-2:

- a) cu 3 celule și reacție 3+1.
- b) cu 5 celule și reacție 5+3.
- c) cu 6 celule și reacție 6+2.

P16. Determinați SPA generată pe baza SBPA cu 7 biți în perioadă și simboluri exprimate pe 3 biți. Desenați diagrama de frecvență pentru un sistem FH-SSS pentru:

- a. 2 salturi de frecvență pe durata unui bit de date;
- b. fiecare salt de frecvență se realizează pe durata a 2 biți de date.

Se consideră o secvență de date polară: 1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 0 0 0 0.