

Probleme CD 2005

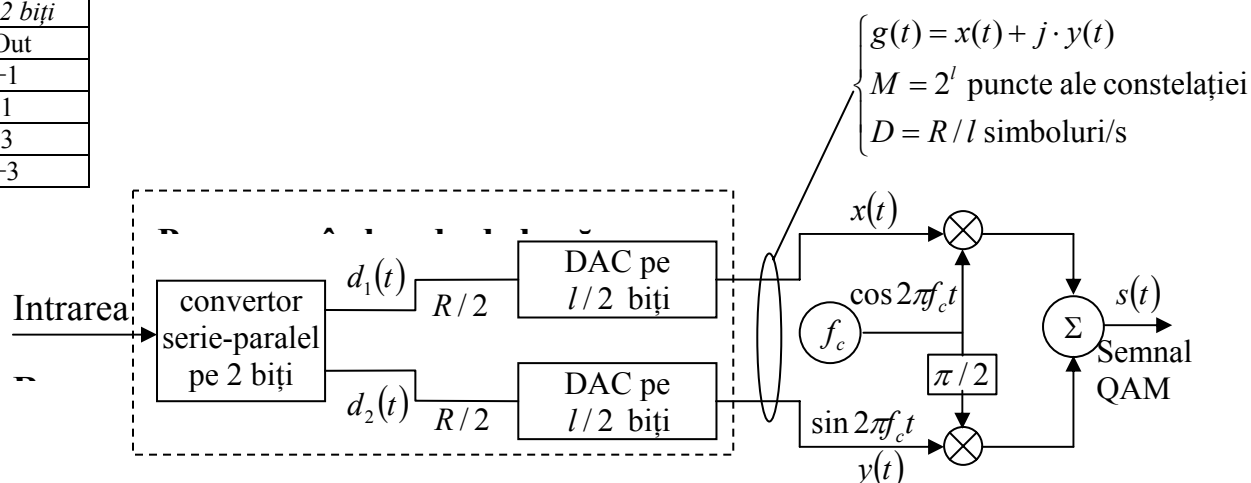
1. Se consideră o variabilă aleatoare x și funcția $f(x)$ definită ca mai jos. Se cere să se determine dacă funcția $f(x)$ poate fi funcție densitate de probabilitate pentru variabila aleatoare x și în caz afirmativ, să se calculeze media statistică a variabilei aleatoare x , momentul de ordin II, în jurul originii, al variabilei aleatoare x și varianța variabilei aleatoare x .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}(1-x^2) & , \quad x \in [0,1] \\ 0 & , \quad \text{în rest} \end{cases}$$

2. Se consideră un sistem de comunicații digitale ce operează cu semnale BPSK pe canale afectate de zgomot aditiv Gaussian alb, cu densitatea spectrală de putere $N_0/2 = 5 \cdot 10^{-9} W/Hz$. Energia de bit a semnalului transmis este $E_b = A^2 T/2$, unde A este amplitudinea semnalului, iar T este intervalul de bit. În cazul în care se poate calcula, se cere determinarea valorii amplitudinii semnalului necesară obținerii unei probabilități de eroare egală cu 2.275%, dacă rata de transmisie a datelor este 1Mbps.

3. În figura de mai jos este reprezentată schema unui modulator QAM. Reprezentați formele de undă la ieșirile fiecărui bloc pentru $l = 4$ și secvența de intrare 110100010 și precizați valorile salturilor de fază și ale amplitudinilor semnalului transmis. Se presupune că DAC-ul realizează o conversie conform tabelului de mai jos. La reprezentarea formelor de undă se pot neglija întârzierile prin circuit.

DAC pe 2 biți	
In	Out
11	+1
01	-1
00	-3
10	+3



4. În cazul în care canalul de comunicație în problema anterioară este afectat de zgomot Gaussian aditiv alb de medie nulă și varianță $0.25W$, să se determine probabilitatea de eroare a punctului din constelația de semnal de coordonate $(-3, -3)$.

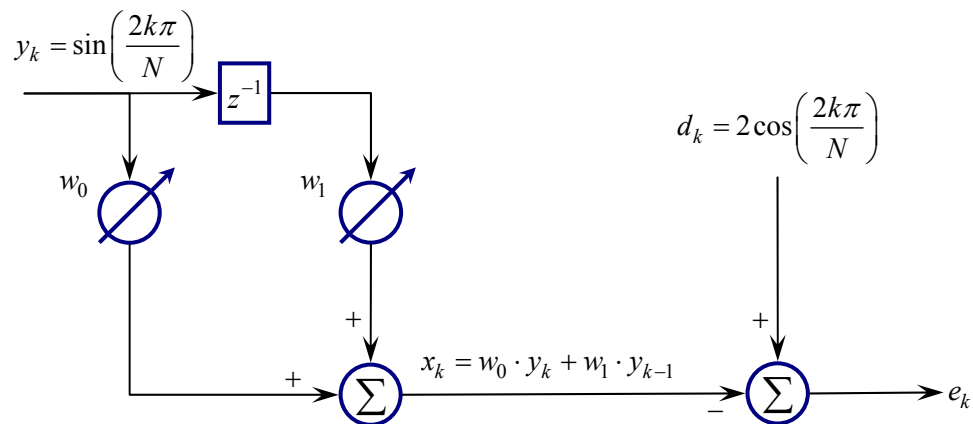
5. Se consideră un sistem de comunicații digitale cu modulație ASK, care transmite echiprobabil un semnal ternar cu valorile $\{-5, 0, +5\}$. Să se determine probabilitatea de eroare în cazul în care transmisia este însoțită de zgomot AWGN cu varianța $0.25W$. Se presupune că receptorul este coerent, iar blocul de decizie are pragurile $\{\pm 2V\}$.

6. Un canal afectat de fading multicale are dispersia întârzierilor de propagare multicale $T_m = 1s$ și dispersia Doppler $f_d = 0.01Hz$. Banda de transmisie a canalului este $W = 5Hz$. Pentru a reduce efectele interferențelor intersimbol, durata unui simbol a fost aleasă să fie $T = 10s$. Să se determine banda de coerență și să se precizeze și argumenteze dacă fadingul este lent sau rapid și dacă este selectiv în frecvență sau nu.

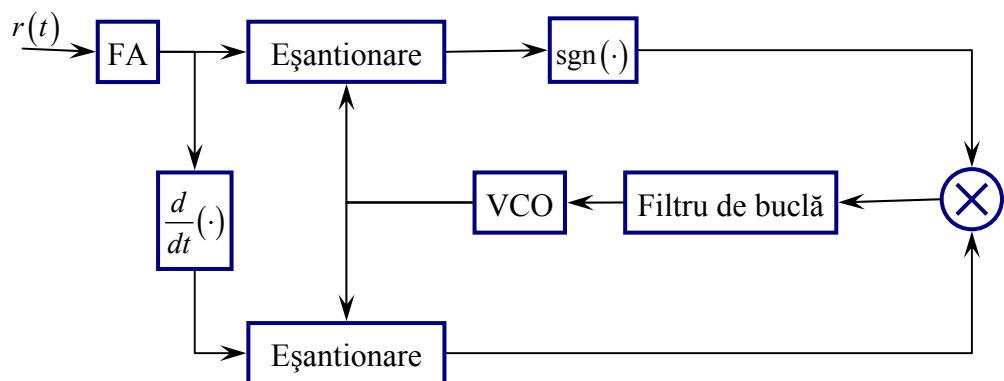
7. Să se determine relația de calcul a probabilității de eroare în cazul în care semnalul transmis într-un sistem de comunicații digitale este afectat de fading log-normal cu media și dispersia cunoscute. Sistemul folosește o modulație FSK binară, iar receptorul este necoerent.

8. Se consideră procesul aleator $x(t) = A_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \theta)$, unde θ este o variabilă aleatoare uniform distribuită între 0 și 2π , iar A_0 și ω_0 sunt constante. Determinați funcția de autocorelație $R_X(\tau)$ și verificați dacă procesul aleator $x(t)$ este staționar în sens larg.

9. Se consideră egalizorul adaptiv din figură. Se cere determinarea expresiei erorii pătratice medii MSE în funcție de w_0 , w_1 și N ($N > 2$). Indicație: $E\left[\cos\frac{2lk\pi}{N}\right] = E\left[\sin\frac{2lk\pi}{N}\right] = 0$, pentru $l = \{1, 2\}$.



10. Un sistem de comunicații digitale transmite un semnal de date bipolar $m(t) = \{\pm 1\}$. Se dă forma funcției de probabilitate $\Lambda(\tau_0) = \sum_n m_n \cdot y_n(\tau_0)$, unde $\{m_n\}$ este secvența detectată la recepție, iar $y_n(\tau_0)$ reprezintă ieșirea eșantionată a filtrului adaptat de la recepție. Să se explice funcționalitatea și funcționarea circuitului din figură, precizând rolul circuitului argumentat prin semnalele vehiculate. Menționați care este ieșirea circuitului.

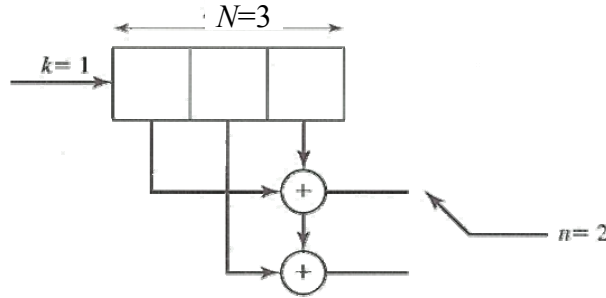


11. Se dă funcția densitate de probabilitate $f(x_1, x_2) = \begin{cases} e^{-\frac{4x_1+x_2}{2}}, & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ 0, & \text{in rest} \end{cases}$.

a) Să se verifice dacă $f(x_1, x_2)$ este pdf;

- b) Să se verifice dacă x_1, x_2 sunt dependente sau independente ;
- c) Să se calculeze $P(1 \leq x_1 \leq 2, x_2 \leq 4)$;
- d) Să se calculeze ρ .

12. Se dă codorul convoluțional din figură. Secvența de biți recepționată este (01110001011001). Să se reprezinte diagrama de stări a codorului, diagrama trellis și să se decodeze Viterbi secvența recepționată. Care este secvența de date transmisă de emițător și câți biți au fost eronați?



13. Un semnal în banda de bază (BB) format dintr-o succesiune periodică de 1 și 0 la o rată de 2400 biți/secundă cu semnalul modulator pentru un semnal ASK.

- a) Calculați spectrul semnalului ASK;
- b) Dacă frecvența purtătoare este de 50 kHz, reprezentați spectrul și calculați lățimea primului nul spectral;
- c) Repetați a) și b) pentru BPSK.

14. Demonstrați că pragul de decizie optim în cazul semnalizării antipodale în cazul AWGN este:

$V_T = \frac{\sigma_0^2}{2s_{01}} \ln \left[\frac{P(s_2)}{P(s_1)} \right]$, unde σ_0^2 este varianța zgomotului de la ieșirea filtrului de recepție, s_{01} este valoarea eșantionată a bitului 1 iar $P(s_2)$ și $P(s_1)$ sunt cele două probabilități de emisie a bitului 1 și respectiv 0.

15. Fie un sistem de comunicații în BB ce folosește detecția cu FA. Deduceți expresia P_e în funcție de $N_0/2, p(1), p(2), V_T$ în cazul când nivelul semnalului de la ieșirea FA este A , iar varianța zgomotului de la ieșirea filtrului adaptat este $\sigma^2 = \frac{N_0}{2T}, R = \frac{1}{T}$.

Termen de predare: 30 Mai 2005.